

ВВЕДЕНИЕ

Методы интегральных преобразований позволяют во многих случаях решать сложные задачи в различных областях современного естествознания. Эти методы успешно используются в математической физике, теории специальных функций. Особенно большое значение они имеют в современных отраслях науки и техники, таких, как автоматика и телемеханика, теория следящих систем, теория автоматического регулирования. Они успешно используются при решении задач электротехники, радиотехники, теплопередачи, теории массового обслуживания и т. д.

Интегральные преобразования начали использоваться в начале XIX в. Преобразование Фурье рассматривалось впервые в книге Ж. Фурье «Аналитическая теория теплоты», где оно применялось для решения самых разнообразных задач математической физики. О. Коши в 1842 г. использовал преобразование Фурье в своих работах по распространению волн. Преобразование Лапласа было развито П. Лапласом в 1812 г. в «Аналитической теории вероятностей». Необходимо отметить, что задолго до Лапласа, в 1737 г., Л. Эйлер уже рассматривал интегралы вида $\exp(-px)f(x)$ для решения некоторых дифференциальных уравнений.

В 1862 г. в Киеве вышла в свет обстоятельная монография М. Е. Ващенко-Захарченко «Символическое исчисление и приложение его к интегрированию линейных дифференциальных уравнений». В ней преобразование Лапласа успешно применяется для решения дифференциальных уравнений с постоянными и переменными коэффициентами, а также уравнений в частных производных. В 1868 г. вышла книга А. В. Летникова «Теория дифференцирования с произвольным указателем», в которой рассматриваются вопросы, близкие к теории преобразования Лапласа.

Систематическое использование преобразования Лапласа для решения технических и физических проблем началось с работ О. Хевисайда (1850–1926). Разработанные им методы получили название операционного исчисления. Эти методы на основе теории функций комплексного переменного были обоснованы Т. Бромвичем (1875–1930). Большое количество работ Т. Бромвича значительно содействовало распространению методов операцион-

ного исчисления. С тех пор эта теория начала успешно применяться для решения широкого круга инженерных задач.

Оригинальное изложение основ операционного исчисления и его приложений имеется в работах отечественных ученых А. М. Эфроса, А. М. Данилевского, В. А. Диткина, А. И. Лурье.

Операционное исчисление было успешно применено к теории автоматического регулирования, к электротехнике, к задачам теплопроводности и механики (В. В. Солодовников, А. В. Михайлов, К. А. Круг, М. Ю. Юрьев, М. И. Конторович, Я. З. Цыпкин).

Фундаментальные результаты по теории преобразования Фурье были получены в работах С. Бохнера, Н. Винера, А. Зигмунта, Е. Титчмарша. В последнее время значительную роль стало играть рассмотрение преобразования Фурье в комплексной области. В классических работах комплексное переменное используется в основном для вычисления интегралов Фурье при помощи вычетов. В дальнейшем оказалось возможным использовать более сильные средства теории аналитических функций и на основе этого получить ряд важных результатов по решению интегральных уравнений, ядро которых зависит от разности аргументов.

Благодаря развитию теории обобщенных функций стало возможным применение преобразования Фурье не только к интегрируемым в той или иной степени функциям, но и к функциям любого роста на бесконечности. Это, в свою очередь, позволило существенным образом продвинуть развитие теории уравнений в частных производных.

Применение преобразования Фурье позволило решить ряд важных прикладных задач теории упругости, гидродинамики, атомной и ядерной физики, теплопроводности твердых тел, теории колебаний. Здесь следует отметить работы Г. Ламба, И. Снеддона, А. И. Лурье, П. Ф. Папковича, А. И. Цейтлина и др.

Наиболее сложной проблемой при использовании преобразований Фурье и Лапласа является проблема их вычисления и обращения. Разработаны различные методы ее приближенного решения. Наиболее полный их обзор приведен в монографии В. И. Крылова и И. С. Скобли [23]. Ряд интересных исследований в последнее время выполнили в этом направлении В. М. Амбербаев, В. М. Рябов, А. В. Лебедева.

Применять существующие методы для нахождения и обращения преобразований Фурье и Лапласа в чистом виде при решении различных задач малоэффективно. В данной работе предлагается объединить эти методы с методами символьных вычислений, реализованных в таких системах компьютерной математики, как Mathematica, Maple, MathCAD. Это позволяет довести многие результаты, имеющие чисто теоретический характер, «до числа», делает возможной их визуализацию, в случае необходимости использовать приближенные методы, получить точную оценку погрешности. В имеющейся литературе указанные применения систем компьютерной математики, насколько нам известно, не рассматривались. В данной работе не приводится описание методов работы в системах компьютерной математики, поскольку они хорошо изложены в книгах В. П. Дьяконова.