Ричард
ФЕЙНМАН

Роберт
ЛЕЙТОН

Мэтью
СЭНДС

ЗАДАЧИ К ФЕЙНМАНОВСКИМ ЛЕКЦИЯМ ПО ФИЗИКЕ

Новое переработанное и дополненное издание

ЛАБОРАТОРИЯ
ПИЛОТ

ЗАДАЧИ
К ФЕЙНМАНОВСКИМ ЛЕКЦИЯМ
ПО ФИЗИКЕ

Exercises for *The Feynman*

LECTURES ON PHYSICS

NEW MILLENNIUM EDITION

Richard Feynman,
Robert Leighton, Matthew Sands, et al.

Edited by
Michael A. Gottlieb and Rudolf Pfeiffer

BASIC BOOKS
A Member of the Perseus Books Group
New York

Ричард Фейнман
Роберт Лейтон
Мэтью Сэндс

ЗАДАЧИ К ФЕЙНМАНОВСКИМ ЛЕКЦИЯМ ПО ФИЗИКЕ

под редакцией М. А. Готтлиба и Р. Пфайффера

.

Перевод с английского С. А. Иванова

под редакцией канд. физ.-мат. наук И. Я. Ицхоки

Москва
Лаборатория знаний

УДК 530.1
ББК 22.3
Ф36

Фейнман Р.

Ф36 Задачи к Фейнмановским лекциям по физике / Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс ; под ред. М. А. Готтлиба и Р. Пфайффера ; пер. с англ. С. А. Иванова ; под ред. И. Я. Ицхоки. — М. : Лаборатория знаний, 2016. — 399 с. : ил.

ISBN 978-5-906828-75-0

Первое в России полное собрание задач и упражнений к знаменитым Фейнмановским лекциям по физике из наиболее важных областей физики — от механики Ньютона до теории относительности и квантовой механики. Данное издание дополнено рядом новых задач, а также ответами/решениями, которые полностью отсутствовали в предыдущих изданиях.

УДК 530.1
ББК 22.3

Публикуется с разрешения издательства BASIC BOOKS,
an imprint of PERSEUS BOOKS, INC. (США)
при содействии Агентства Александра Корженевского (Россия)

Учебное издание

Фейнман Ричард Ф.
Лейтон Роберт Б.
Сэндс Мэтью

ЗАДАЧИ К ФЕЙНМАНОВСКИМ ЛЕКЦИЯМ ПО ФИЗИКЕ

Редакторы *Т. Г. Хохлова, Ф. Г. Хохлов*
Художник *В. Е. Шкерин*
Корректор *Л. И. Трифонова*
Компьютерная верстка: *Е. А. Голубова*

Подписано в печать 17.05.16. Формат 70×100/16
Усл. печ. л. 32,5. Тираж 300 экз. Заказ

Издательство «Лаборатория знаний»
125167, Москва, проезд Аэропорта, д. 3
Телефон: (499) 157-5272
e-mail: info@pilotLZ.ru, http://www.pilotLZ.ru

ISBN 978-5-906828-75-0

© 2014 by California Institute of Technology, Michael A. Gottlieb, and Rudolf Pfeiffer
© Лаборатория знаний, 2016

Оглавление

Предисловие

Настоящее издание представляет собой полный сборник задач к «Фейнмановским лекциям по физике». Этот сборник был подготовлен с использованием трех источников: «Задачника к начальной физике» Лейтона и Вогта (Эдисон-Уэсли, 1969) и двух томов «Задачника к Фейнмановским лекциям по физике», предназначенного для Калифорнийского технологического института, сокращенно «Калтех» (Эдисон-Уэсли, 1964–1965). Исходный задачник был значительно модернизирован: формулировки и решения задач были уточнены и исправлены с использованием современных единиц измерения, дополнены аккуратно выполненными рисунками и полностью перезагружены в программе «LATEX». Задачи для томов II и III лекций были дополнены несколькими новыми проблемами и теперь приводятся с ответами/решениями, чего не было в предыдущих изданиях. В этом издании впервые в одной книге представлены задачи ко всем трем томам «Фейнмановских лекций по физике», причем впервые все задачи даны с тщательно подготовленным комплектом ответов.

Публикуемые здесь задачи давались студентам Калтеха в качестве обязательных домашних заданий и контрольных работ в программе двухлетнего вводного курса физики в период, когда Ричард Фейнман преподавал там физику (1961–1964), и позднее — в течение почти двух десятилетий, когда «Фейнмановские лекции по физике» использовались в качестве учебника. Многие люди внесли свой вклад в создание этого сборника задач, их фамилии вы сможете найти в списке благодарностей в разделе «Введение» к задачам для каждого тома. Кроме того, мы хотели бы выразить благодарность:

факультету физики, математики и астрономии Калифорнийского технологического института, который разрешил нам подготовить эту книгу и включить ее в издание «Фейнмановских лекций по физике нового тысячелетия»;

Рохусу Фогту за возможность использования его тетрадей, составленных за многие годы преподавания начального курса физики в Калтехе;

Юджину Коуэну за предоставление решений задач к томам II и III;

Аарону Циммерману за проверку правильности вновь добавленного материала из Калтеха;

Адаму Кокрану за внимательное обсуждение договора на издание этой книги с издательством «Бэйсик букс».

Майкл А. Готтлиб и *Рудольф Пфайффер*
Издатели «Фейнмановских лекций по физике нового тысячелетия»
Декабрь 2013

Задачи к тому I

- Современная наука о природе • Законы механики
- Пространство • Время • Движение
- Излучение • Волны • Кванты
- Кинетика • Теплота • Звук

Введение

Данные задачи предназначались авторами для использования вместе с томом I «Фейнмановских лекций по физике» в течение первого года изучения вводного курса физики в Калифорнийском технологическом институте, поэтому они расположены в том же порядке, что и темы, представленные в Фейнмановских лекциях. По каждой теме (и в соответствующей главе) задачи подразделяются на категории в зависимости от степени их обобщенности или трудности. Сначала даются доказательства или обобщения, затем простые задачи, задачи промежуточной сложности и наконец задачи повышенной сложности. Обычно доказательства и обобщения дополняют дискуссии, даваемые в Фейнмановских лекциях; их результаты студенты должны понимать и использовать в дальнейшем. Средние студенты не должны испытывать каких-либо трудностей при решении простых задач; они также должны в состоянии достаточно быстро справляться с решением большинства задач промежуточной сложности (на решение каждой такой задачи, возможно, потребуется 10–20 мин). Более сложные задачи обычно требуют и более глубокого физического понимания или более широкого осмысления. Их решение будет представлять интерес главным образом для наиболее сильных студентов.

Многие люди внесли свой вклад и критическую оценку в отдельные задачи. Значительное число задач было составлено Р. Б. Лейтоном в соответствии с оригинальным Фейнмановским курсом лекций по физике; некоторые из них взяты из обширного сборника Фостера Стронга с его разрешения; целый ряд задач был адаптирован Р. Е. Фогтом на базе экзаменационного материала, используемого во вводном курсе. Многим авторам задач, как известным, так и неизвестным, мы выражаем свою искреннюю благодарность.

Кроме того, мы считаем, что работа еще далека от завершения. Остается надеяться, что с течением времени авторы или другие преподаватели Калтеха будут совершенствовать настоящий материал и добавлять новые задачи и объяснения, чтобы в конечном итоге создать всеобъемлющую книгу-самоучитель, полезность которой могла бы выйти далеко за те рамки, в которых она первоначально создавалась.

Роберт Б. Лейтон и *Рохус Е. Фогт*

Глава 1
Атомы в движении

См. «Фейнмановские лекции по физике»*, т. I, гл. 1–3

При анализе следующих задач читателю следует пользоваться теми идеями, которые описаны в этих главах, а также своим собственным опытом и воображением. В большинстве задач при их решении не ожидается получения точных количественных результатов.

1.1. Если тепло является мерой молекулярного движения, то в чем разница между теплым неподвижным бейсбольным мячиком и холодным, но быстро движущимся мячиком?

1.2. Если атомы всех объектов находятся в непрерывном движении, то как может сохраняться постоянная форма любых объектов, например, таких как отпечатки на окаменелостях?

1.3. Объясните качественно, почему и как трение в движущейся машине вырабатывает тепло. Объясните также, если сможете, почему тепло не может производить движение в обратном процессе.

1.4. Химики обнаружили, что молекулы каучука состоят из длинных перекрещивающихся цепочек атомов. Объясните, почему при растяжении резиновая лента нагревается.

1.5. Что будет с резиновой лентой, удерживающей данный вес, если ее нагреть? (Чтобы ответить на вопрос, попытайтесь сделать это.)

1.6. Можете ли вы объяснить, почему нет кристаллов, имеющих форму правильного пятиугольника? (Треугольники, квадраты и шестиугольники являются распространенными формами в мире кристаллов.)

1.7. Вам дано большое количество стальных шариков одинакового диаметра d и контейнер известного объема V. Каждый габарит этого контейнера намного превосходит диаметр шарика. Какое наибольшее количество шариков N может поместиться в контейнере?

---

* «Фейнмановские лекции по физике» (*далее* — «Лекции»), на которые даются ссылки в данном задачнике, — трехтомное издание «The Feynman Lectures on Physics», которое в русском переводе было выпущено издательством «Мир» в девяти томах в 1965–1967 гг. Нумерация глав в русском переводе (и в переизданиях) сохранена. — *Прим. ред.*

1.8. Как должно изменяться давление газа P в зависимости от числа атомов n в единице объема и от средней скорости атомов $\langle v \rangle$? (Должно давление P быть пропорциональным n и/или $\langle v \rangle$ либо эта зависимость от n и $\langle v \rangle$ отличается от линейной?)

1.9. В обычных условиях воздух имеет плотность около 0,001 г/см^3, в то время как жидкий воздух имеет плотность около 1,0 г/см^3.

(*а*) Оцените количество молекул в 1 см^3 обычного воздуха n_G и жидкого воздуха n_L.

(*б*) Оцените массу молекулы воздуха m.

(*в*) Оцените среднее расстояние l, которое молекула воздуха должна пройти между столкновениями при нормальных температуре и давлении (НТД: 20 °C при 1 атм). Это расстояние называется *длиной свободного пробега*.

(*г*) До какого остаточного давления P необходимо откачать вакуумную систему для того, чтобы длина свободного пробега молекул в ней составляла 1 м.

1.10. Интенсивность коллимированного параллельного пучка атомов калия снижается на 3,0 % в слое аргона толщиной 1,0 мм при давлении $6{,}0 \cdot 10^{-4}$ мм рт. ст. Рассчитайте эффективную площадь мишени A на один атом аргона.

1.11. Исследования дифракции рентгеновских лучей показывают, что кристаллы NaCl имеют кубическую решетку с расстоянием 2,820 Å между ближайшими соседями. Найдите по таблицам плотность, а также молярную массу NaCl и рассчитайте число Авогадро N_A. (Это один из наиболее точных экспериментальных методов определения числа Авогадро N_A.)

1.12. Болтвут и Резерфорд обнаружили, что радий в равновесии с продуктами его распада производит $13{,}6 \cdot 10^{10}$ атомов гелия в секунду на грамм радия. Они также установили, что распад 192 мг радия производит 0,0824 мм^3 гелия в день при стандартных температуре и давлении (СТД: 0 °C при 1 атм). Используйте эти данные для расчета:

(*а*) числа атомов гелия N_{He} в 1 см^3 газа при СТД;

(*б*) числа Авогадро N_A .

Ссылка: Boltwood and Rutherford, *Phil. Mag.* **22**, 586 (1911).

1.13. Рэлей обнаружил, что 0,81 мг оливкового масла на поверхности воды образует мономолекулярный слой 84 см в диаметре. Какое в результате получается значение числа Авогадро N_A в предположении, что химическая формула оливкового масла имеет приблизительный вид $H(CH_2)_{18}COOH$ и форму в виде линейной цепочки при плотности 0,8 г/см^3?

Ссылка: Rayleigh, *Proc.Roy.Soc.* **47**, 364 (1890).

1.14. Примерно в 1860 г. Максвелл показал, что вязкость газа задается формулой

$$\eta = \frac{1}{3}\rho v \ell,$$

где ρ — плотность газа, v — средняя скорость и ℓ — средняя длина свободного пробега молекул газа. Как ранее было показано Максвеллом, средняя длина свободного пробега молекул газа определяется формулой $\ell = 1/(\sqrt{2}\pi N_g \sigma^2)$, где σ — эффективный диаметр молекулы.
Лошмидт (1865) использовал измеренное значение η, ρ (газа) и ρ (твердого тела) и вместе с Джоулем рассчитал v для определения N_g — количества молекул в 1 см^3 газа при СТД. Он предположил, что молекулы являются твердыми сферами, плотно упакованными в твердом теле. При условии, что η = 2,0 · 10^{-4} г см$^{-1}$ с$^{-1}$ для воздуха при СДТ, ρ (жидкости) ≈ 1,0 г/см^3, ρ (газа) ≈ 1,0 · 10^{-3} г/см^3 и v ≈ 500 м/с, рассчитайте N_g.

1.15. Полный воды стакан оставили стоять на подоконнике раскрытого окна где-то в Калифорнии.

(*а*) Как вы думаете, сколько времени T потребуется для того, чтобы вода полностью испарилась из этого стакана?

(*б*) Сколько молекул J с одного квадратного сантиметра поверхности воды в стакане могло покинуть этот стакан воды за секунду при такой скорости испарения?

(*в*) Кратко объясните связь, если таковая имеется, между вашим ответом на вопрос (*а*) данной задачи и средней нормой выпадения осадков по всей Земле.

1.16. В палеозойскую эру капля послеобеденного ливня упала на землю и оставила на ней отпечаток, который позже был в ходе раскопок добыт страдающим от жары и жажды студентом-геологом. Осушая свою флягу, этот студент от нечего делать прикидывает, сколько молекул воды N из этой древней дождевой капли он только что выпил. Оцените N, используя только известные вам данные. (Сделайте разумные предположения относительно необходимости информации, которой вы не обладаете.)

Глава 2

Закон сохранения энергии, статика

См. «Лекции», т. I, гл. 4

2.1. Используйте принцип виртуальной работы для вывода формулы неравноплечных весов (рис. 2-1) $W_1 l_1 = W_2 l_2$ (весом балки пренебречь).

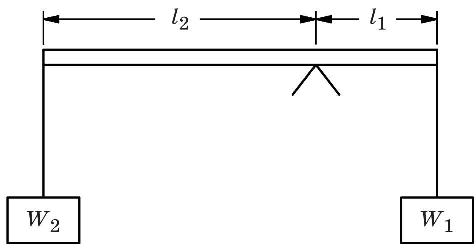

Рис. 2-1

2.2. Обобщите формулу, полученную в задаче 2.1, на случай нескольких грузов, подвешенных на различных расстояниях от оси качания балки весов, т. е. докажите , что $\sum_i W_i l_i = 0$.

(Расстояния с одной стороны от точки опоры весов считаются положительными, а с другой – отрицательными.)

2.3. На тело действуют n сил, при этом оно находится в статическом равновесии. Используйте принцип виртуальной работы, чтобы доказать следующее:

(*а*) если $n = 1$, то величина силы должен быть равна нулю (тривиальный случай);

(*б*) если $n = 2$, то две силы должны быть равны по величине и противоположны по направлению (коллинеарны);

(*в*) если $n = 3$, то силы должны быть компланарны и направления их действия должны пройти через одну точку;

(*г*) для произвольного числа n сумма произведений величины силы F_i на косинус угла Δ_i между самой силой и любой неподвижной прямой равна нулю: $\sum_{i=1}^{n} F_i \cos\Delta_i = 0$.

2.4. Решение задач, связанных со статическим равновесием, в отсутствие трения может быть сведено к простым геометрическим задачам путем использования *принципа виртуальной работы*.

Куда сдвигается одна точка, когда другая перемещается на небольшое расстояние? Во многих случаях на этот вопрос легко ответить, если использовать следующие свойства треугольника (рис. 2-2):

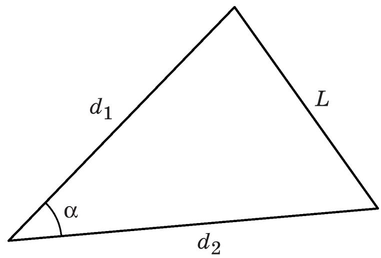

Рис. 2-2

(*а*) Если при постоянной длине сторон d_1 и d_2 угол α изменяется на небольшую величину $\Delta\alpha$, то длина противоположной стороны L изменяется на величину $\Delta L = \frac{d_1 d_2}{L} \sin\alpha\Delta\alpha$.

(*б*) Если длины сторон a, b и c прямоугольного треугольника изменяются на небольшие величины Δa, Δb и Δc, то между этими изменениями имеется следущая связь: $a\Delta a + b\Delta b = c\Delta c$ (где c — гипотенуза). Докажите эту формулу.

2.5. Однородная доска длиной 1,5 м и весом 3 кг шарнирно поворачивается вокруг одного конца. Доска удерживается в равновесии в горизонтальном положении с помощью конструкции из груза и шкива, как показано на рис. 2-3. Найдите вес груза W, необходимый для того, чтобы доска находилась в равновесии. Трением можно пренебречь.

2.6. Шар радиусом 3 см и весом 1 кг покоится на плоскости, наклоненной под углом α к горизонтали, а также касается вертикальной стенки, как показано на рис. 2-4. Обе поверхности обладают пренебрежимо малым трением. Найти силу, с которой шар давит на стенку F_W и на плоскость F_P.

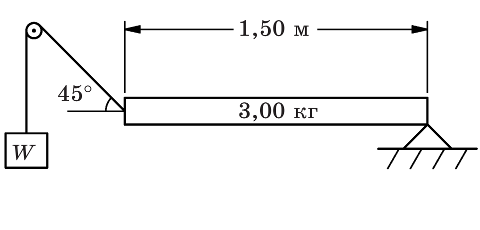

Рис. 2-3

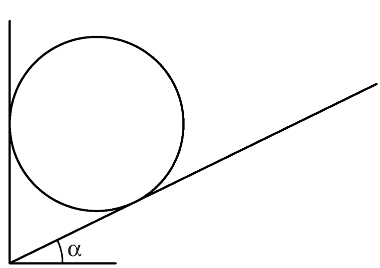

Рис. 2-4

[. . .]

Задачи к тому II

- Электричество и магнетизм
- Электродинамика
- Физика сплошных сред

Введение

Набор приведенных здесь задач представляет собой коллекцию задач, предлагавшихся второкурсникам Калтеха в течение 1962–1964 гг., т. е. в первые два года, когда преподавание курса физики было пересмотрено в свете лекций профессора Фейнмана. Упражнения сначала были представлены в виде домашних заданий или экзаменационных задач, поэтому они сильно отличались друг от друга по сложности. Задачи в каждой главе настоящего сборника расположены примерно (но не строго) в порядке возрастания их сложности. Как и комплект задач для тома I, данная подборка не является окончательной и может быть дополнена или пересмотрена по мере изменения курса. Идеи около половины всех задач были даны Р. Ф. Фейнманом. Остальные задачи были подготовлены с участием преподавателей, которые проводили занятия со второкурсниками. Это Дж. Блю, Т. Коги, Дж. Чаплин, М. Клаузер, Р. Дашен, Р. Долен, Р. Гриффит, Ф. Хеньи, В. Карзас, Р. Каванах, П. Петерс, Дж. Пайн, М. Плессет, М. Сэндс, И. Таммару, А. Тайтл и Ч. Уилтс.

Первое издание большинства задач было подготовлено Ч. Уилтсом и мной после 1962/1963 учебного года. Хотя большинство задач являются оригинальными или хотя бы оригинальными версиями «стандартных» задач, некоторые из них были напрямую взяты из следующих источников: *N.H. Frank, Introduction to Electricity and Optics, 2-nd ed., McGraw-Hill, N. Y.,* 1950; *D. Halliday and R. Resnick, Physics for Students of Science and Engineering, Wiley, N. Y.,* 1960.

Мы благодарим авторов и издателей за разрешение опубликовать их задачи.

Вся работа, включая набор, первую верстку, общие наброски, промежуточные этапы и конечную верстку, была проделана г-жой Ф. Л. Уоррен, за что ей выражается огромная благодарность.

Дж. Нойгебауэр

Глава 37
Электромагнетизм

См. «Лекции», т. II, гл. 1

37.1. (*а*) Какой должна быть масса протона M, чтобы сила гравитационного притяжения между двумя покоящимися протонами по величине совпадала с силой их электрического отталкивания? Каково отношение этой массы к действительной массе протона m_p?

(*б*) Какой была бы сила F электростатического взаимодействия двух монет 20 центов, помещенных на противоположных концах лекционной доски, ширина которой равна 10 м, если бы заряды ядер и электронов этих монет были разбалансированы примерно на 1%? Можете ли вы представить себе объект, вес которого по величине совпадал бы с этой силой? (Предположим, что монета 20 центов изготовлена из чистого серебра массой $2{,}5 \cdot 10^{-3}$ кг.)

37.2. (*а*) Оцените приближенно работу W_{U}, которую необходимо затратить на преодоление силы электрического отталкивания при образовании ядра урана из двух одинаковых половинок.

(*б*) Чему была бы равна такая работа W_{He} при образовании ядра гелия из двух дейтронов?

Выразите оба ответа в киловатт-часах на килограмм (кВт·ч/кг).

37.3. На каждый атом меди приходится один электрон «проводимости». Какова средняя скорость $\langle v \rangle$ электронов проводимости, если через медный провод №10 с погонными параметрами примерно 21,4 м/кг течет ток 10 А? (Кусок такого провода массой 0,45 кг имеет длину 9,69 м и диаметр 2,588 мм. — *Прим. перев.*) Чему равно в этом случае отношение $\langle v \rangle^2/c^2$? (*Указание*. Отношение «магнитных» эффектов к «электрическим» имеет такой же порядок величины.)

37.4. В области пространства создано однородное электрическое поле $\boldsymbol{E}$ напряженностью 10 000 В/см, направленное вдоль оси $+x$, а также однородное магнитное поле $\boldsymbol{B}$, направленное вдоль оси $+y$. Через эту область в направлении оси $+z$ по прямой линии движется пучок μ-мезонов со скоростью, равной $c/3$, как показано на рис. 37-1. Масса заряженного

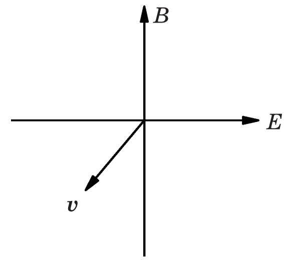

Рис. 37-1

μ-мезона составляет 207 электронных масс, а заряд по величине совпадает с зарядом электрона.

(*а*) Какова индукция B магнитного поля?

(*б*) Можно ли с помощью этого эксперимента определить знак заряда μ-мезона (плюс или минус)?

37.5. В некоторой области пространства создано такое однородное магнитное поле $\boldsymbol{B}$, что $B_x = 0$, $B_y = 0$ и $B_z = B_0$. Поле постоянно во времени, и в рассматриваемой нами области пространства электрических полей и токов нет. Из начала координат в положительном направлении оси x со скоростью $\boldsymbol{v}$ вылетает частица массой m с положительным зарядом $+q$.

(*а*) Нарисуйте и охарактеризуйте количественно через B_0, m, v и q параметры траектории частицы (в предположении что $v/c \ll 1$).

(*б*) Предположите, что $B_x = 0$, $B_y = 0$, а $B_z = B_0 + ax$, где $a > 0$ и ax всюду мало (но не пренебрежимо мало) по сравнению с B_0. Опишите качественно траекторию частицы. (См. работу Шарпака с сотрудниками, опубликованную в «Physical Review Letters», т. 6, с. 128 (1961), где подобное поле использовалось в одном ответственном эксперименте.)

(*в*) Покажите, что магнитное поле, описанное в пункте (*б*), не удовлетворяет уравнениям Максвелла, если оно заключено в конечном объеме и, как предполагалось выше, в этом объеме нет ни токов, ни электрического поля.

37.6. Частица массой m и положительным зарядом q находится в точке $x = z = 0$, $y = a$ и движется с небольшой скоростью $\boldsymbol{v} = v_0\,\boldsymbol{e}_x$. На частицу оказывает влияние отрицательный точечный заряд $-Q$, расположенный в начале координат, а также однородное магнитное поле $\boldsymbol{B}_0$, направленное в положительном направлении оси z.

(*а*) При какой величине напряженности поля $\boldsymbol{B}_0$ траектория частицы будет представлять окружность радиусом a с центром в начале координат?

(*б*) Объясните, почему, когда напряженность магнитного поля отличается от найденной, скорость частицы зависит только от ее расстояния до начала координат.

(*в*) Схематически изобразите несколько витков траектории частицы, когда она начинает свое движение из точки $x = z = 0$, $y = a$ с нулевой скоростью.

Глава 38

Дифференциальный расчет векторных полей

См. «Лекции», т. II, гл. 2

38.1. Медная проволока радиусом a покрыта концентрическим слоем изоляции, внешний радиус которого равен b. Электрическим током проволока нагревается до температуры T_1, при этом температура внешней поверхности изоляционного покрытия T_2 остается почти комнатной.

(*а*) Чему равент градиент температуры ∇T внутри покрытия? Ответ выразить в переменных a, b, T_1 и T_2.

(*б*) Чему равна разность температур $(T_1 - T_2)$, если через медную проволоку диаметром 1,3 мм и погонным сопротивлением $3{,}28{\cdot}10^{-3}$ Ом/м, покрытую слоем резины (толщиной 0,2 см, с коэффициентом теплопроводности $1{,}6{\cdot}10^{-3}$ Вт·см$^{-1}$К$^{-1}$), пропускать ток силой 20 А?

38.2. Вычислением «в лоб» покажите, что

(*а*) $\boldsymbol{\nabla} \cdot (\boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{A}) = 0$,

(*б*) $\boldsymbol{\nabla} \times (\boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{A}) = \boldsymbol{\nabla} (\boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{A}) - \boldsymbol{\nabla}^2 \boldsymbol{A}$.

38.3. Покажите, что если $\boldsymbol{R}$ — радиус-вектор, проведенный из начала координат в точку (x, y, z), то

(*а*) $\boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{R} = 3$,

(*б*) $\boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{R} = 0$.

Покажите, что везде, за исключением точки $R = 0$, справедливы равенства (*в*, *г*, *д*):

(*в*) $\boldsymbol{\nabla} \cdot (\boldsymbol{R}/R^3) = 0$,

(*г*) $\boldsymbol{\nabla} \times (\boldsymbol{R}/R^3) = 0$,

(*д*) $\boldsymbol{\nabla}(1/R) = -\boldsymbol{R}/R^3$.

(*е*) Из равенства (*б*) и формулы (2.46) из т. II «Лекций» следует, что вектор $\boldsymbol{R}$ можно представить в виде $\boldsymbol{R} = \nabla \varphi$. Чему равна величина φ?

38.4. Уравнения Максвелла имеют вид:

(1) $\boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{E} = \rho/\varepsilon_0$,

(2) $\boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{E} = -\,\partial \boldsymbol{B}/\partial t$,

(3) $\boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{B} = 0$,

(4) $c^2 \boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{B} = \partial \boldsymbol{E}/\partial t + \boldsymbol{j}/\varepsilon_0$,

а закон сохранения заряда

(5) $\boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{j} = -\,\partial \rho/\partial t$.

(*а*) Покажите, что уравнение (3) согласуется (совместимо) с дивергенцией от уравнения (2).

(б) Покажите, что уравнение (5) является следствием из дивергенции от уравнения (4) (т. е. справедливость уравнений Максвелла требует, чтобы выполнялся закон сохранения заряда).

(*в*) Покажите, что в пустом пространстве ($\boldsymbol{j} = 0$, $\rho = 0$) вектор $\boldsymbol{E}$ удовлетворяет волновому уравнению $\nabla^2\boldsymbol{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\boldsymbol{E}}{\partial t^2} = 0$.

Подсказка. Возьмите ротор от уравнения (2).

(*г*) Покажите, что в пустом пространстве вектор $\boldsymbol{B}$ удовлетворяет аналогичному уравнению

$$\nabla^2\boldsymbol{B} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\boldsymbol{B}}{\partial t^2} = 0 .$$

(*д*) Покажите, что уравнение (2) подразумевает, что вектор $\boldsymbol{E}$ может быть записан в виде

$$\boldsymbol{E} = -\nabla\varphi - \frac{\partial\boldsymbol{A}}{\partial t},$$

где $\boldsymbol{A}$ определяется выражением $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{A}$.

(е) Почему вектор $\boldsymbol{B}$ может быть записан как $\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{A}$?

38.5. Пусть $v(x, y, z)$ — поле скоростей твердого тела, вращающегося вокруг некоторой оси. Покажите, что

(*а*) $\boldsymbol{\nabla}\cdot v = 0$,

(*б*) $\boldsymbol{\nabla}\times v = 2\boldsymbol{\omega}$, где $\boldsymbol{\omega}$ — угловая скорость.

38.6. (*а*) Покажите прямым вычислением, что если $\boldsymbol{A}$ — постоянный вектор, а $\boldsymbol{R}$ — радиус-вектор, то $\boldsymbol{\nabla}\times(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{R}) = 2\boldsymbol{A}$.

(*б*) Мы знаем, что для векторов справедливо равенство $\boldsymbol{B}\times(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{C}) = \boldsymbol{A}(\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{C}) - (\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{A})\boldsymbol{C}$, что может привести нас к выводу, что

$\boldsymbol{\nabla}\times(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{R}) = \boldsymbol{A}(\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{R}) - (\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{A})\boldsymbol{R} = 3\boldsymbol{A}$ (неверный результат).

Почему подстановка $\boldsymbol{\nabla}$ вместо $\boldsymbol{B}$ дает неверный результат?

38.7. Длинный стальной стержень подвергается термической обработке, в результате чего в некоторый момент времени t после начала остывания стержня график распределения температуры $T(x)$ вдоль стержня имеет вид, изображенный на рис. 38-1, *а*. Изотермы, нанесенные с интервалом температур 10 °C, изображены на рис. 38-1, *б*. Будем предполагать, что температура в каждой точке стержня зависит только от расстояния x до конца стержня.

(*а*) Нарисуйте в точках A, B, C векторы, направление и длина которых совпадают с направлением и величиной $\boldsymbol{\nabla}T$.

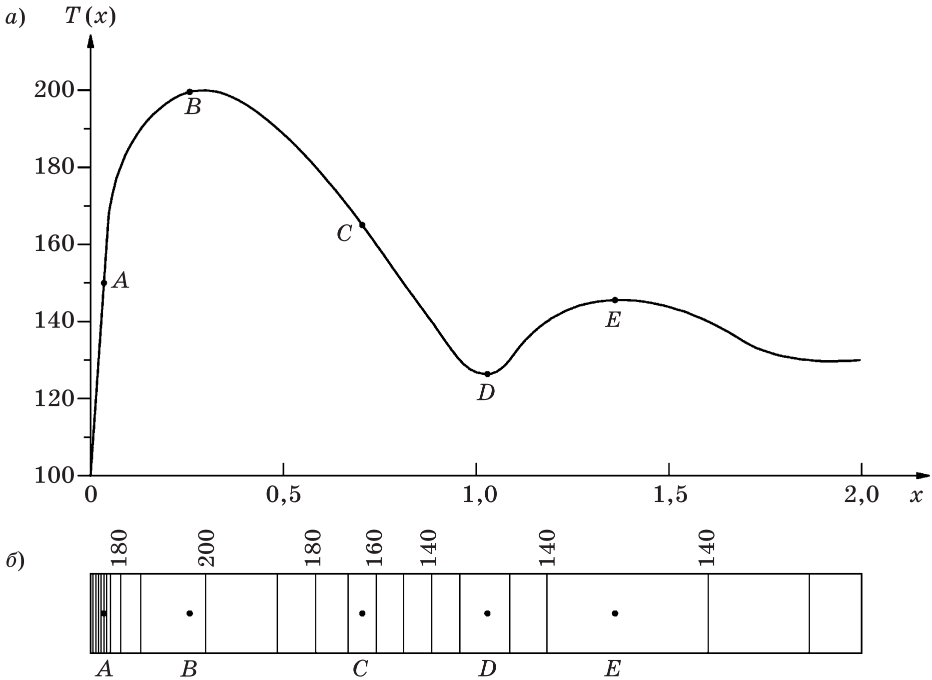

Рис. 38-1

(*б*) В какой из пяти отмеченных точек дивергенция теплового потока $\boldsymbol{h}$ максимальна?

(*в*) В каких из этих точек $\nabla\times\boldsymbol{h} = 0$?

Глава 39

Интегральное исчисление векторов

См. «Лекции», т. II, гл. 3

39.1. (*а*) Уравнения Максвелла в т. II, гл. 1 «Лекций» были сформулированы в виде утверждений в интегральной форме, а в гл. 2 — в дифференциальной форме. Покажите, что обе формы уравнений Максвелла эквивалентны.

(*б*) Если ρ — объемная плотность зарядов, а $\boldsymbol{j}$ — вектор плотности тока, то покажите, что уравнение $\nabla \boldsymbol{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$ есть не что иное, как закон сохранения заряда.

39.2. Поверхность шара равномерно покрыта слоем радиоактивного вещества, которое испускает α-частицы высокой энергии. Вообразим, что α-частицы вылетают из поверхности шара только наружу и в радиальном направлении. С поверхности шара тем самым стекают заряды, т. е. течет некоторый ток. Создает ли этот ток магнитное поле?

39.3. Напряженность электрического поля точечного заряда, помещенного в начало координат, имеет вид

$$\boldsymbol{E} = \frac{K}{r^3}\boldsymbol{r},$$

где $\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{e}_x + y\boldsymbol{e}_y + z\boldsymbol{e}_z$, $r = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$; K — некоторая постоянная.

(*а*) Вычислите поток вектора напряженности электрического поля $\boldsymbol{E}$ через поверхность сферы S радиусом a, центр которой совпадает с зарядом.

(*б*) Воспользовавшись теоремой Остроградского–Гаусса, представьте поток вектора $\boldsymbol{E}$ через поверхность сферы в виде объемного интеграла от $\nabla \cdot \boldsymbol{E}$. Можете ли вы объяснить полученный результат?

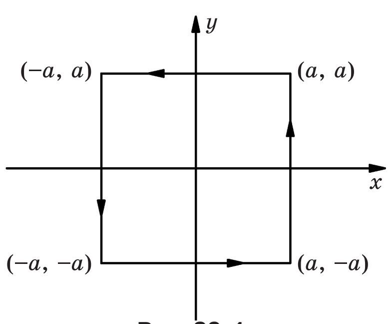

Рис. 39-1

(*в*) Вычислите линейный интеграл от вектора $\boldsymbol{E}$ вдоль контура s, изображенного на рис. 39-1 (контур s лежит в плоскости x, y). Убедитесь в правильности полученного результата, воспользовавшись теоремой Стокса.

39.4. (*а*) На основании решения задачи 38 (*а*), получите формулу (практически бесполезную) для произвольного объема V в виде интеграла по поверхности этого объема S.

(*б*) Убедитесь в правильности вашего ответа в части (*а*) для сферы и прямоугольного параллелепипеда.

Глава 40
Электростатика

См. «Лекции», т. II, гл. 4

40.1. Посмотрите на рис. 40-1.

(*а*) Найдите потенциал ϕ в точке P, удаленной на расстояние r от заряженной нити длиной $(l_1 + l_2)$ м. Линейная плотность зарядов на нити равна λ (Кл/м).

(*б*) Сравните полученный в части (*а*) результат с тем потенциалом, которого следует ожидать в случае, если $r >> (l_1 + l_2)$.

(*в*) Проверьте ваш ответ, полученный в части (*а*), для предельного случая $r << (l_1 + l_2)$, сравнив напряженность электрического поля $\boldsymbol{E}$, найденную с использованием выражения для потенциала ϕ, с полем, вычисленным с помощью теоремы Гаусса.

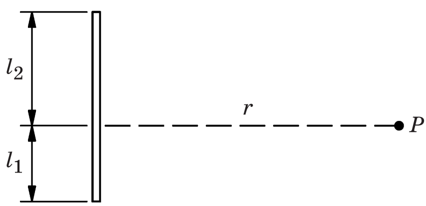

Рис. 40-1

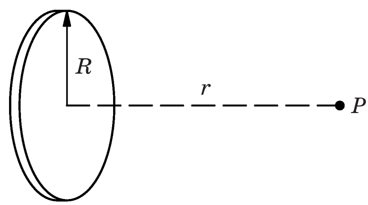

Рис. 40-2

40.2. Вычислите напряженность электрического поля $\boldsymbol{E}$ в точке P на оси тонкого, равномерно заряженного, с плотностью заряда σ диска радиусом R, на расстоянии r от его центра (рис. 40-2).

40.3. Имеются две концентрические металлические сферы, показанные на рис. 40-3. Внутренней сфере сообщен заряд q', а внешней — заряд q .

(*а*) Изобразите на графике радиальную составляющую электрического поля $\boldsymbol{E}_r$ как функцию радиального расстояния.

(*б*) Изобразите график потенциала относительно бесконечности как функцию радиального расстояния.

(*в*) Каков потенциал ϕ на поверхности внутренней сферы?

(*г*) Объясните, что случится с полем для случаев $r_b<r<r_c$ и $r > r_c$, если центр сферы сдвинуть относительно внешней сферы.

[. . .]

Лекции **Р. Фейнмана** по физике и задачи к ним настолько известны и любимы, что не нуждаются в особом представлении. Сборник задач к «Фейнмановским лекциям по физике», перевод которого вы держите в руках, значительно отличается от предыдущих изданий.

Редакторы-составители, профессор **М. А. Готтлиб** и профессор **Р. Пфайффер**, модернизировали и переработали материал, впервые собрав все задачи в одной книге. Сборник дополнен рядом новых задач, проведена тщательная проверка решений и ответов, обновлены иллюстрации. Это – всеобъемлющее и близкое по своему содержанию к современной практике собрание задач из всех наиболее важных областей физики – от механики Ньютона до теории относительности.

Авторы:

Ричард Фейнман, физик-теоретик, один из создателей квантовой электродинамики, лауреат Нобелевской премии по физике и очень остроумный человек, хорошо известен российскому читателю прежде всего как автор знаменитых «Фейнмановских лекций по физике». В предисловии к своим лекциям Р. Фейнман писал: «Как все-таки помочь студентам? Может быть, надо больше поработать над составлением комплекса задач, которые могли бы пролить свет на идеи, развиваемые в лекциях? Задачи дадут хорошую возможность расширить лекционный материал и помогут сделать эти лекции более осязаемыми и полными, лучше уложить их в голове». Фейнман был профессором физики в Калтехе (Калифорнийском технологическом институте) в период 1959–1988 гг. Благодаря своим популярным книгам Фейнман стал одним из наиболее любимых авторов XX века.

Роберт Лейтон, специалист в области физики и астрономии, прекрасный преподаватель и автор учебников, в течение многих лет был профессором Калтеха.

Мэтью Сэндс, профессор Калтеха, заместитель директора Центра Стэнфордского линейного ускорителя, был инициатором глубоких изменений в программе изучения физики в Калтехе, в результате чего и появился курс Фейнмановских лекций по физике.

ISBN 978-5-906828-75-0