И. Е. ИРОДОВ

ЗАДАЧИ
ПО ОБЩЕЙ ФИЗИКЕ

ОБЩАЯ ФИЗИКА

Лаборатория ЗНАНИЙ

И. Е. Иродов

ЗАДАЧИ ПО ОБЩЕЙ ФИЗИКЕ

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ ДЛЯ ВУЗОВ

13-е издание

Рекомендовано
учебно-методическим объединением
в области «Ядерные физика и технологии»
в качестве учебного пособия
для студентов физических специальностей
высших учебных заведений

Москва
Лаборатория знаний

УДК 535.12(075)
ББК 22.343я7
И83

Иродов И. Е.

И83 Задачи по общей физике : учебное пособие для вузов / И. Е. Иродов. — 13-е изд. — М. : Лаборатория знаний, 2020. — 431 с. : ил.

ISBN 978-5-00101-232-0

Сборник содержит свыше 2000 задач по всем разделам курса общей физики. Каждой теме предшествуют краткие теоретические сведения, в конце сборника приведены справочные таблицы. Материал сборника скомпонован в соответствии с современной концепцией изучения курса: механика, электромагнетизм, колебания и волны, оптика, квантовая физика и физика макросистем.

Для студентов физических и инженерно-технических специальностей вузов. Может быть использован во втузах с обычной программой по физике.

УДК 535.12(075)
ББК 22.343я7

Учебное издание

Иродов Игорь Евгеньевич

ЗАДАЧИ ПО ОБЩЕЙ ФИЗИКЕ

Учебное пособие для вузов

Редакторы *Б. И. Копылов, Т. Г. Хохлова*
Художники *Н. А. Лозинская, В. А. Прокудин*
Технический редактор *Т. Ю. Федорова*
Компьютерная верстка: *В. А. Носенко*

Подписано в печать 14.06.19. Формат 60 × 90/16.
Усл. печ. л. 27,00. Заказ

Издательство «Лаборатория знаний»
125167, Москва, проезд Аэропорта, д. 3
Телефон: (499) 157-5272
e-mail: info@pilotLZ.ru, http://www.pilotLZ.ru

ISBN 978-5-00101-232-0

© Лаборатория знаний, 2020

Содержание

Предисловие 5

Несколько советов по решению задач 6

Часть 1. **Физические основы механики** 7

1.1. Кинематика 7
1.2. Основное уравнение динамики 16
1.3. Законы сохранения импульса, энергии и момента импульса 25
1.4. Всемирное тяготение 45
1.5. Динамика твердого тела 50
1.6. Упругие деформации твердого тела. 63
1.7. Механика несжимаемой жидкости 66
1.8. Релятивистская механика 71

Часть 2. **Электромагнетизм** 80

2.1. Постоянное электрическое поле в вакууме 80
2.2. Проводники и диэлектрики в электрическом поле . . . 88
2.3. Электроемкость. Энергия электрического поля 96
2.4. Электрический ток. 103
2.5. Постоянное магнитное поле. Магнетики 116
2.6. Электромагнитная индукция. Уравнения Максвелла 131
2.7. Движение заряженных частиц в электрическом и магнитном полях 145

Часть 3. **Колебания и волны** 152

3.1. Механические колебания 152
3.2. Электрические колебания. 168
3.3. Упругие волны. Акустика 180
3.4. Электромагнитные волны. Излучение. 188

Часть 4. **Оптика** 197

4.1. Фотометрия и геометрическая оптика 197
4.2. Интерференция света 209
4.3. Дифракция света. 217
4.4. Поляризация света. 229
4.5. Дисперсия и поглощение света 239

Часть 5. **Квантовая физика** 243

5.1. Корпускулярные свойства электромагнитного излучения 243
5.2. Рассеяние частиц. Атом Резерфорда—Бора 247
5.3. Волновые свойства частиц 254
5.4. Атомы и молекулы 264
5.5. Ядро атома. Радиоактивность 274
5.6. Ядерные реакции. 278
5.7. Элементарные частицы 283

Часть 6. **Физика макросистем** 287
6.1. Уравнение состояния газа. Процессы 287
6.2. Первое начало термодинамики. Теплоемкость 290
6.3. Молекулярно-кинетическая теория. Распределения Максвелла и Больцмана 296
6.4. Второе начало термодинамики. Энтропия 305
6.5. Явления переноса 311
6.6. Тепловое излучение 317
6.7. Твердое тело 320
6.8. Жидкости. Капиллярные явления 326
6.9. Фазовые превращения 330

Ответы и решения 336

Приложения 410
1. Некоторые формулы алгебры и тригонометрии 410
2. Таблица производных и интегралов 411
3. Некоторые постоянные числа и приближенные формулы 412
4. Некоторые сведения о векторах 412
5. Греческий алфавит 412
6. Таблица тригонометрических функций 413
7. Таблица показательных функций 414
8. Астрономические величины 415
9. Плотности веществ 415
10. Упругие постоянные. Предел прочности 416
11. Диэлектрические проницаемости 416
12. Удельные сопротивления проводников и изоляторов . . . 416
13. Магнитные восприимчивости пара- и диамагнетиков . . 417
14. Показатели преломления n 417
15. Вращение плоскости поляризации 418
16. Работа выхода электрона из металлов 418
17. Край K-полосы поглощения 418
18. Массовые коэффициенты ослабления 419
19. Константы двухатомных молекул 419
20. Периоды полураспада радионуклидов 419
21. Массы легких нуклидов 420
22. Постоянные газов 420
23. Тепловые постоянные твердых тел 421
24. Некоторые постоянные жидкостей 421
25. Давление насыщенных паров воды 421
26. Основные величины и единицы СИ 422
27. Единицы физических величин 423
28. Некоторые внесистемные единицы 425
29. Основные формулы электродинамики в СИ и гауссовой системе 426
30. Формулы некоторых атомных величин в гауссовой системе и СИ 429
31. Фундаментальные физические константы 430

Предисловие

Предлагаемый сборник содержит свыше 2000 задач с указаниями для решения наиболее сложных из них. Достаточно широкий выбор задач как по тематике, так и по степени трудности дает возможность использовать этот задачник как для физических, так и для инженерно-технических специальностей вузов.

Для удобства и экономии времени учащихся в начале каждого раздела дается сводка основных формул на соответствующий материал. Формулы приведены, как правило, без подробных пояснений: предполагается, что смысл входящих в них величин уже известен студенту, приступающему к решению задач. Пояснения даны лишь в тех случаях, когда по тем или иным причинам могут возникнуть недоразумения.

Все формулы в основном тексте и ответах приведены в СИ, за исключением части 5 (Квантовая физика), где использована и гауссова система (СГС). Исходные данные и числовые ответы даны с учетом точности значений соответствующих величин и правил действий над приближенными числами.

В конце сборника дана сводка основных физических констант и справочные таблицы.

В этом издании компоновка материала осталась прежней: механика, электромагнетизм, колебания и волны, оптика, квантовая физика и физика макросистем. Именно такое расположение — логически последовательное и самосогласованное — отвечает современной концепции изучения курса общей физики как фундаментальной дисциплины и соответствует новой программе по физике Министерства образования и науки РФ.

Заменены две задачи (3.201 и 6.41), несколько изменены задачи 3.225, 3.226 и 3.231, исправлены замеченные ошибки и опечатки. Периодическая система элементов и Таблица элементарных частиц расположены на форзацах.

Автор весьма признателен всем читателям, которые сообщили свои замечания и тем самым способствовали улучшению сборника.

И. Иродов

Несколько советов по решению задач

1. Прежде всего ознакомьтесь с таблицами приложения, так как решение многих задач без них невозможно. Кроме того, содержащийся в этих таблицах справочный материал значительно облегчит вашу работу и сэкономит время.

2. Приступая к решению задачи, хорошо вникните в ее смысл и постановку вопросов. Установите, все ли данные, необходимые для решения задачи, приведены. Недостающие данные можно найти в таблицах приложения. Если позволяет характер задачи, обязательно сделайте схематический рисунок, поясняющий ее сущность, — это во многих случаях резко облегчает как поиск решения, так и само решение.

3. Каждую задачу решайте, как правило, в общем виде (т. е. в буквенных обозначениях), чтобы искомая величина была выражена через заданные величины. Решение в общем виде придает окончательному результату особую ценность, ибо позволяет установить определенную закономерность, показывающую, как зависит искомая величина от заданных величин. Кроме того, ответ, полученный в общем виде, позволяет судить в значительной степени о правильности самого решения (см. следующий пункт).

4. Получив решение в общем виде, проверьте, правильную ли оно имеет размерность. Неверная размерность есть явный признак ошибочности решения. Если возможно, исследуйте поведение решения в предельных частных случаях. Например, какой бы вид ни имело выражение для силы гравитационного взаимодействия между двумя протяженными телами, с увеличением расстояния между телами оно должно непременно переходить в известный закон взаимодействия точечных масс. В противном случае можно сразу утверждать: решение неверно.

5. Приступая к вычислениям, помните, что числовые значения физических величин являются приближенными. Поэтому при расчетах руководствуйтесь правилами действий с приближенными числами. В частности, в полученном значении вычисленной величины нужно сохранить последним тот знак, единица которого еще превышает погрешность вычислений этой величины. Все следующие цифры надо отбросить.

6. Получив числовой ответ, оцените его правдоподобность. Такая оценка может в ряде случаев обнаружить ошибочность полученного результата. Так, например, дальность полета брошенного человеком камня не может быть порядка 1 км, скорость тела не может оказаться больше скорости света в вакууме и т. п.

Часть 1

Физические основы механики

1.1. Кинематика

• Векторы обозначены жирным шрифтом (**r**, **v**, **a**), а их модули — светлым курсивным шрифтом (*r*, *v*, *a*).

• Средние векторы скорости и ускорения точки:

$$\langle \mathbf{v} \rangle = \Delta\mathbf{r}/\Delta t, \qquad \langle \mathbf{a} \rangle = \Delta\mathbf{v}/\Delta t, \tag{1.1а}$$

где $\Delta\mathbf{r}$ — перемещение (приращение радиуса-вектора).

• Скорость и ускорение точки:

$$\mathbf{v} = \mathrm{d}\mathbf{r}/\mathrm{d}t, \qquad \mathbf{a} = \mathrm{d}\mathbf{v}/\mathrm{d}t. \tag{1.1б}$$

• Ускорение точки в проекциях на касательную и нормаль к траектории:

$$a_\tau = \mathrm{d}v_\tau/\mathrm{d}t, \qquad a_n = v^2/R, \tag{1.1в}$$

где R — радиус кривизны траектории в данной точке.

• Путь, пройденный точкой:

$$s = \int v \, \mathrm{d}t, \tag{1.1г}$$

где v — *модуль* скорости точки.

• Угловые скорость и ускорение твердого тела:

$$\boldsymbol{\omega} = \mathrm{d}\boldsymbol{\varphi}/\mathrm{d}t, \qquad \boldsymbol{\beta} = \mathrm{d}\boldsymbol{\omega}/\mathrm{d}t. \tag{1.1д}$$

• Связь между линейными и угловыми величинами:

$$\mathbf{v} = [\boldsymbol{\omega}\mathbf{r}], \qquad a_n = \omega^2 R, \qquad a_\tau = \beta_z R, \tag{1.1е}$$

где **r** — радиус-вектор рассматриваемой точки относительно произвольной точки оси вращения, R — расстояние точки от оси вращения.

1.1. Катер, двигаясь вниз по реке, обогнал плот в пункте A. Через $\tau = 60$ мин после этого он повернул обратно и затем встретил плот на расстоянии $l = 6{,}0$ км ниже пункта A. Найти скорость течения, если при движении в обоих направлениях мотор катера работал в одном режиме.

1.2. Все звезды, в частности и некоторая звезда N, удаляются от Солнца со скоростями, пропорциональными их расстоянию до него. Как будет выглядеть эта картина с «точки зрения» звезды N?

1.3. Точка прошла половину пути со скоростью v_0. На оставшейся части пути она половину времени двигалась со скоростью v_1, а последний участок прошла со скоростью v_2. Найти среднюю за все время движения скорость точки.

1.4. Точка движется по прямой в одну сторону. На рис. 1.1 показан график пройденного ею пути s в зависимости от времени t. Найти с помощью этого графика:

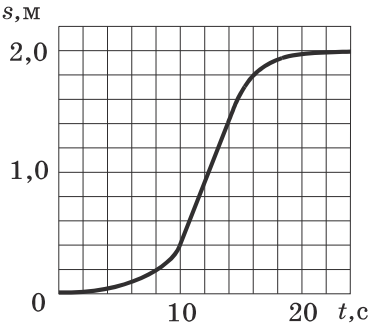

Рис. 1.1

а) среднюю скорость точки за время движения;

б) максимальную скорость;

в) момент времени t_0, в который мгновенная скорость равна средней скорости за первые t_0 секунд.

1.5. Две частицы, *1* и *2*, движутся с постоянными скоростями $\mathbf{v}_1$ и $\mathbf{v}_2$. Их радиусы-векторы в начальный момент равны $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$. При каком соотношении между этими четырьмя векторами частицы испытают столкновение друг с другом?

1.6. Корабль движется по экватору на восток со скоростью $v_0 = 30$ км/ч. С юго-востока под углом $\varphi = 60°$ к экватору дует ветер со скоростью $v = 15$ км/ч. Найти скорость v' ветра относительно корабля и угол φ' между экватором и направлением ветра в системе отсчета, связанной с кораблем.

1.7. Два пловца должны попасть из точки A на одном берегу реки в прямо противоположную точку B на другом берегу. Для этого один из них решил переплыть реку по прямой AB, другой же — все время держать курс перпендикулярно к течению, а расстояние, на которое его снесет, пройти пешком по берегу со скоростью u. При каком значении u оба пловца достигнут точки B за одинаковое время, если скорость течения $v_0 = 2{,}0$ км/ч и скорость каждого пловца относительно воды $v' = 2{,}5$ км/ч?

1.8. От бакена, который находится на середине широкой реки, отошли две лодки, A и B. Обе лодки стали двигаться по взаимно перпендикулярным прямым: лодка A — вдоль реки, а лодка B — поперек. Удалившись на одинаковое расстояние от бакена, лодки вернулись затем обратно. Найти отношение вре-

мен движения лодок τ_A/τ_B, если скорость каждой лодки относительно воды в $\eta = 1{,}2$ раза больше скорости течения.

1.9. Лодка движется относительно воды со скоростью, в $n = 2{,}0$ раза меньшей скорости течения реки. Под каким углом к направлению течения лодка должна держать курс, чтобы ее снесло течением как можно меньше?

1.10. Два тела бросили одновременно из одной точки: одно — вертикально вверх, другое — под углом $\vartheta = 60°$ к горизонту. Начальная скорость каждого тела $v_0 = 25$ м/с. Найти расстояние между телами через $t = 1{,}70$ с.

1.11. Два шарика бросили одновременно из одной точки в горизонтальном направлении в противоположные стороны со скоростями $v_1 = 3{,}0$ м/с и $v_2 = 4{,}0$ м/с. Найти расстояние между шариками в момент, когда их скорости окажутся взаимно перпендикулярными.

1.12. Три точки находятся в вершинах равностороннего треугольника со стороной a. Они начинают одновременно двигаться с постоянной по модулю скоростью v, причем первая точка все время держит курс на вторую, вторая — на третью, третья — на первую. Через сколько времени точки встретятся?

1.13. Точка A движется равномерно со скоростью v так, что вектор $\mathbf{v}$ все время «нацелен» на точку B, которая движется прямолинейно и равномерно со скоростью $u < v$. В начальный момент $\mathbf{v} \perp \mathbf{u}$ и расстояние между точками равно l. Через сколько времени точки встретятся?

1.14. Поезд длины $l = 350$ м начинает двигаться по прямому пути с ускорением $a = 3{,}0$ см/с^2. Через $t = 30$ с после начала движения включили прожектор локомотива (событие 1), а через $\tau = 60$ с после этого — сигнальную лампу в хвосте поезда (событие 2). Найти расстояние между точками, в которых произошли эти события, относительно полотна дороги. Как и с какой скоростью должна перемещаться некоторая K-система отсчета, чтобы оба события произошли в ней в одной точке?

1.15. Кабина лифта, у которой расстояние от пола до потолка 2,7 м, начала подниматься с ускорением 1,2 м/с^2. Через 2,0 с после начала подъема с потолка кабины стал падать болт. Найти:

а) время свободного падения болта;

б) перемещение и путь болта за время свободного падения в системе отсчета, связанной с шахтой лифта.

1.16. Две частицы движутся с постоянными скоростями v_1 и v_2 по двум взаимно перпендикулярным прямым к точке их пересечения O. В момент $t = 0$ частицы находились на расстояниях l_1 и l_2 от точки O. Через сколько времени после этого расстояние между частицами станет наименьшим? Чему оно равно?

1.17. Из пункта A, находящегося на шоссе (рис. 1.2), необходимо за кратчайшее время попасть на машине в пункт B, расположенный в поле на расстоянии l от шоссе. На каком расстоянии от точки D следует свернуть с шоссе, если скорость машины по полю в η раз меньше ее скорости по шоссе?

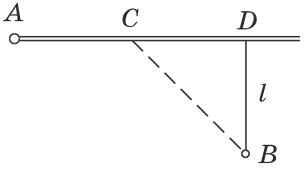

Рис. 1.2

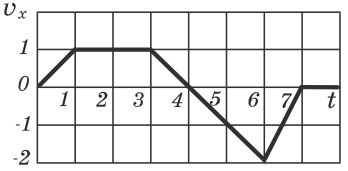

Рис. 1.3

1.18. Точка движется вдоль оси X со скоростью, проекция которой v_x как функция времени описывается графиком на рис. 1.3. В момент $t = 0$ координата точки $x = 0$. Изобразить примерные графики зависимостей ускорения a_x, координаты x и пройденного пути s от времени.

1.19. За время $\tau = 10{,}0$ с точка прошла половину окружности радиуса $R = 160$ см. Найти за это время:

а) среднее значение модуля скорости;

б) модуль среднего вектора скорости;

в) модуль среднего вектора полного ускорения, если тангенциальное ускорение постоянно.

1.20. Радиус-вектор частицы меняется со временем t по закону $\mathbf{r} = \mathbf{b}t\,(1 - \alpha t)$, где $\mathbf{b}$ — постоянный вектор, α — положительная постоянная. Найти:

а) скорость и ускорение частицы как функции t;

б) время, через которое частица вернется в исходную точку, и пройденный при этом путь.

1.21. В момент $t = 0$ частица вышла из начала координат в положительном направлении оси X. Ее скорость меняется со временем t как $\mathbf{v} = \mathbf{v}_0\,(1 - t/\tau)$, где $\mathbf{v}_0$ — начальная скорость, ее модуль $v_0 = 10{,}0$ см/с, $\tau = 5{,}0$ с. Найти:

а) координату x частицы, когда $t = 6{,}0$, 10 и 20 с;

б) моменты времени, когда частица будет находиться на расстоянии 10,0 см от начала координат.

1.22. Частица движется в положительном направлении оси X так, что ее скорость меняется по закону $v = \alpha\sqrt{x}$, где α — положительная постоянная. В момент $t = 0$ частица находилась в точке $x = 0$. Найти:

а) ее скорость и ускорение как функции времени;

б) среднюю скорость за время, в течение которого она пройдет первые s метров пути.

1.23. Точка движется, замедляясь, по прямой с ускорением, модуль которого зависит от ее скорости v как $a = \alpha\sqrt{v}$, где α — постоянная. В начальный момент скорость точки равна v_0. Какой путь она пройдет до остановки и за какое время?

1.24. Точка движется в плоскости xy по закону $x = \alpha t$, $y = \beta t^2$, где α и β — положительные постоянные. Найти:

а) уравнение траектории точки $y(x)$ и ее график;

б) модули скорости и ускорения точки как функции t;

в) угол φ между векторами $\mathbf{a}$ и $\mathbf{v}$ как функцию t.

1.25. Точка движется в плоскости xy по закону $x = A\sin\omega t$, $y = A(1 - \cos\omega t)$, где A и ω — положительные постоянные. Найти:

а) путь s, проходимый точкой за время τ;

б) угол между скоростью и ускорением точки.

1.26. Частица движется в плоскости xy с постоянным ускорением $\mathbf{a}$, противоположным положительному направлению оси Y. Уравнение траектории частицы имеет вид $y = \alpha x - \beta x^2$, где α и β — положительные постоянные. Найти скорость v_0 частицы в начале координат.

1.27. Небольшое тело бросили под углом к горизонту с начальной скоростью $\mathbf{v}_0$. Найти:

а) перемещение тела как функцию времени, $\mathbf{r}(t)$;

б) средний вектор скорости за первые t секунд и за все время движения.

1.28. Тело бросили с поверхности земли под углом α к горизонту с начальной скоростью v_0. Найти:

а) время движения;

б) максимальную высоту подъема и горизонтальную дальность полета; при каком α они равны друг другу;

в) уравнение траектории $y(x)$, где y и x — перемещения тела по вертикали и горизонтали соответственно.

1.29. Под каким углом к горизонту надо бросить шарик, чтобы:

а) радиус кривизны начала его траектории был в $\eta = 8{,}0$ раз больше, чем в вершине;

б) центр кривизны вершины траектории находился на земной поверхности?

1.30. Шарик падает с нулевой начальной скоростью на гладкую наклонную плоскость, составляющую угол α с горизонтом. Пролетев расстояние h, он упруго отразился от плоскости. На каком расстоянии от места падения шарик отразится второй раз?

1.31. Пушка и цель находятся на одном уровне на расстоянии 5,1 км друг от друга. Через сколько времени снаряд с начальной скоростью 240 м/с достигнет цели?

1.32. Из пушки выпустили последовательно два снаряда со скоростью $v_0 = 250$ м/с: первый — под углом $\vartheta_1 = 60°$ к горизонту, второй — под углом $\vartheta_2 = 45°$ (азимут один и тот же). Найти интервал времени между выстрелами, при котором снаряды столкнутся друг с другом.

1.33. Воздушный шар начинает подниматься с поверхности земли. Скорость его подъема постоянна и равна v_0. Благодаря ветру шар приобретает горизонтальную компоненту скорости $v_x = \alpha y$, где α — постоянная, y — высота подъема. Найти зависимости от высоты подъема:

а) сноса шара $x(y)$;

б) полного, тангенциального и нормального ускорений шара.

1.34. Частица движется в плоскости xy со скоростью $\mathbf{v} = \alpha\mathbf{i} + \beta x\mathbf{j}$, где $\mathbf{i}$ и $\mathbf{j}$ — орты осей X и Y, α и β — положительные постоянные. В начальный момент частица находилась в начале координат. Найти:

а) уравнение траектории частицы $y(x)$;

б) радиус кривизны траектории как функцию x.

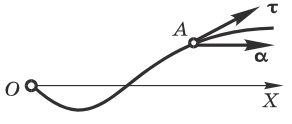

Рис. 1.4

1.35. Частица A движется в одну сторону по траектории (рис. 1.4) с тангенциальным ускорением $a_\tau = \boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\tau}$, где $\boldsymbol{\alpha}$ — постоянный вектор, совпадающий по направлению с осью X, а $\boldsymbol{\tau}$ — орт, связанный с частицей A и направленный по касательной к траектории в сторону возрастания дуговой координаты. Найти скорость частицы как функцию x, если в точке $x = 0$ ее скорость равна нулю.

1.36. Точка движется по окружности со скоростью $v = \alpha t$, где $\alpha = 0{,}50$ м/с^2. Найти ее полное ускорение в момент, когда она пройдет $n = 0{,}10$ длины окружности после начала движения.

1.37. Точка движется, замедляясь, по окружности радиуса R так, что в каждый момент ее тангенциальное и нормальное ускорения одинаковы по модулю. В момент $t = 0$ скорость точки равна v_0. Найти зависимость:

а) скорости точки от времени и пройденного пути s;

б) полного ускорения точки от v и s.

1.38. Точка движется по дуге окружности радиуса R. Ее скорость $v \propto \sqrt{s}$, где s — пройденный путь. Найти угол между векторами скорости и полного ускорения как функцию s.

1.39. Частица движется по дуге окружности радиуса R по закону $l = A \sin \omega t$, где l — смещение из начального положения, отсчитываемое вдоль дуги, A и ω — постоянные. Найти полное ускорение частицы в точках $l = 0$ и $l = \pm A$, если $R = 100$ см, $A = 80$ см и $\omega = 2{,}00$ с$^{-1}$.

1.40. Частица движется по окружности радиуса R. В момент $t = 0$ она находилась в точке O, и далее скорость ее меняется со временем как $v_\tau = \alpha t - \beta t^2$, где α и β — положительные постоянные. Найти модуль полного ускорения частицы в момент, когда она снова окажется в точке O.

1.41. Точка движется по плоскости так, что ее тангенциальное ускорение $a_\tau = \alpha$, а нормальное ускорение $a_n = \beta t^4$, где α и β — положительные постоянные. В момент $t = 0$ точка покоилась. Найти радиус кривизны R траектории точки и ее полное ускорение как функции пройденного пути s.

1.42. Частица движется равномерно со скоростью v по плоской траектории $y(x)$. Найти ускорение частицы в точке $x = 0$ и радиус кривизны траектории в этой точке, если траектория:

а) парабола $y = \alpha x^2$; б) эллипс $(x/\alpha)^2 + (y/\beta)^2 = 1$, где α и β — постоянные.

1.43. Частица A движется по окружности радиуса $R = 50$ см так, что ее радиус-вектор $\mathbf{r}$ относительно точки O (рис. 1.5) поворачивается с постоянной угловой скоростью $\omega = 0{,}40$ рад/с. Найти модуль скорости частицы, а также модуль и направление ее полного ускорения.

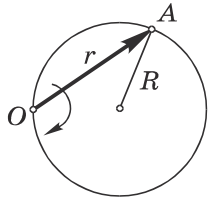

Рис. 1.5

1.44. Колесо вращается вокруг неподвижной оси так, что угол φ его поворота зависит от

времени как $\varphi = \beta t^2$, где $\beta = 0{,}20$ рад/с^2. Найти полное ускорение a точки A на ободе колеса в момент $t = 2{,}5$ с, если скорость точки A в этот момент $v = 0{,}65$ м/с.

1.45. Снаряд вылетел со скоростью $v = 320$ м/с, сделав внутри ствола $n = 2{,}0$ оборота. Длина ствола $l = 2{,}0$ м. Считая движение снаряда в стволе равноускоренным, найти его угловую скорость вращения вокруг оси в момент вылета.

1.46. Магнитная лента с катушки протягивается через звукосниматель с постоянной скоростью v. Толщина ленты равна h. Найти угловую скорость катушки как функцию времени t, если в момент $t = 0$ радиус внешнего слоя магнитной ленты равен R.

1.47. Твердое тело вращается вокруг неподвижной оси по закону $\varphi = at - bt^3$, где $a = 6{,}0$ рад/с, $b = 2{,}0$ рад/с^3. Найти средние значения угловой скорости и углового ускорения за промежуток времени от $t = 0$ до остановки.

1.48. Твердое тело начинает вращаться вокруг неподвижной оси с угловым ускорением $\beta = \alpha t$, где $\alpha = 2{,}0 \cdot 10^{-2}$ рад/с^3. Через сколько времени после начала вращения вектор полного ускорения произвольной точки тела будет составлять угол $\varphi = 60°$ с ее вектором скорости?

1.49. Твердое тело вращается, замедляясь, вокруг неподвижной оси с угловым ускорением $\beta \infty \sqrt{\omega}$, где ω — его угловая скорость. Найти среднюю угловую скорость тела за время, в течение которого оно будет вращаться, если в начальный момент его угловая скорость была равна ω_0.

1.50. Твердое тело вращается вокруг неподвижной оси так, что его угловая скорость зависит от угла поворота φ по закону $\omega = \omega_0 - a\varphi$, где ω_0 и a — положительные постоянные. В момент $t = 0$ угол $\varphi = 0$. Найти зависимости от времени:

а) угла поворота;

б) угловой скорости.

1.51. Твердое тело начинает вращаться вокруг неподвижной оси с угловым ускорением $\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\beta}_0 \cos\varphi$, где $\boldsymbol{\beta}_0$ — постоянный вектор, φ — угол поворота из начального положения. Найти угловую скорость тела в зависимости от угла φ. Изобразить график этой зависимости.

1.52. Точка A находится на ободе колеса радиуса $R = 0{,}50$ м, которое катится без скольжения по горизонтальной поверхности со скоростью $v = 1{,}00$ м/с. Найти:

а) модуль и направление ускорения точки A;

б) полный путь s, проходимый точкой A между двумя последовательными моментами ее касания поверхности.

1.53. Шар радиуса $R = 10{,}0$ см катится без скольжения по горизонтальной плоскости так, что его центр движется с постоянным ускорением $a = 2{,}50$ см/с^2. Через $t = 2{,}00$ с после начала движения его положение соответствует рис. 1.6. Найти:

а) скорости точек A и B;

б) ускорения точек A и O.

1.54. Цилиндр катится без скольжения по горизонтальной плоскости. Радиус цилиндра равен r. Найти радиусы кривизны траекторий точек A и B (рис. 1.6).

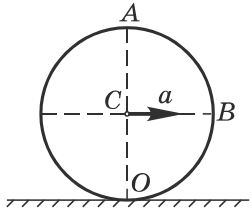

Рис. 1.6

1.55. Два твердых тела вращаются вокруг взаимно перпендикулярных пересекающихся осей с постоянными угловыми скоростями $\omega_1 = 3{,}0$ рад/с и $\omega_2 = 4{,}0$ рад/с. Найти угловую скорость и угловое ускорение одного тела относительно другого.

1.56. Твердое тело вращается с угловой скоростью $\boldsymbol{\omega} = at\mathbf{i} + bt^2\mathbf{j}$, где $a = 5{,}0$ рад/с^2, $\mathbf{i}$ и $\mathbf{j}$ — орты осей X и Y. Найти угол α между векторами углового ускорения $\boldsymbol{\beta}$ и $\boldsymbol{\omega}$ в момент, когда $\beta = 10{,}0$ рад/с^2.

1.57. Круглый конус с углом полураствора $\alpha = 30°$ и радиусом основания $R = 5{,}0$ см катится равномерно без скольжения по горизонтальной плоскости, как показано на рис. 1.7. Вершина конуса закреплена шарнирно в точке O, которая находится на одном уровне с точкой C — центром основания конуса. Скорость точки C равна $v = 10{,}0$ см/с. Найти модули:

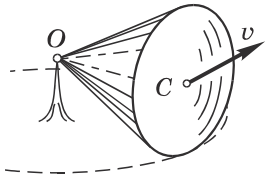

Рис. 1.7

а) угловой скорости конуса; б) углового ускорения конуса.

1.58. Твердое тело вращается с постоянной угловой скоростью $\omega_0 = 0{,}50$ рад/с вокруг горизонтальной оси AB. В момент $t = 0$ ось AB начали поворачивать вокруг вертикали с постоянным угловым ускорением $\beta_0 = 0{,}10$ рад/с^2. Найти модули угловой скорости и углового ускорения тела через $t = 3{,}5$ с.

1.2. Основное уравнение динамики

• Основное уравнение динамики (второй закон Ньютона):

$$m\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F}. \qquad (1.2а)$$

• Это же уравнение в проекциях на касательную и нормаль к траектории точки:

$$m\frac{dv_\tau}{dt} = F_\tau, \quad m\frac{v^2}{R} = F_n. \qquad (1.2б)$$

• Уравнение динамики точки в неинерциальной K'-системе отсчета, которая вращается с постоянной угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}$ вокруг неподвижной оси:

$$m\mathbf{a}' = \mathbf{F} + m\omega^2\mathbf{R} + 2m[\mathbf{v}'\boldsymbol{\omega}],$$

где $\mathbf{R}$ — радиус-вектор точки относительно оси вращения K'-системы.

1.59. Частица движется вдоль оси X по закону $x = \alpha t^2 - \beta t^3$, где α и β — положительные постоянные. В момент $t = 0$ сила, действующая на частицу, равна F_0. Найти значения F_x силы в точках поворота и в момент, когда частица опять окажется в точке $x = 0$.

1.60. Найти модуль и направление силы, действующей на частицу массы m при ее движении в плоскости xy по закону $x = A\sin\omega t$, $y = B\cos\omega t$.

1.61. На гладкой горизонтальной поверхности находятся два бруска масс m_1 и m_2, которые соединены нитью. К брускам в момент $t = 0$ приложили силы, противоположно направленные и зависящие от времени как $F_1 = \alpha_1 t$ и $F_2 = \alpha_2 t$. Найти, через сколько времени нить порвется, если сила натяжения на разрыв равна $F_{\text{пр}}$.

1.62. Аэростат массы $m = 250$ кг начал опускаться с ускорением $a = 0{,}20$ м/с^2. Определить массу балласта, который следует сбросить за борт, чтобы аэростат получил такое же ускорение, но направленное вверх.

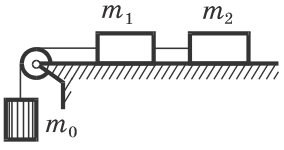

Рис. 1.8

1.63. В установке (рис. 1.8) массы тел равны m_0, m_1 и m_2, массы блока и нитей пренебрежимо малы и трения в блоке нет. Найти ускорение $\mathbf{a}$, с которым опускается тело m_0, и силу натяжения нити, связывающей тела m_1 и m_2, если коэффициент трения равен k.

1.64. На наклонную плоскость, составляющую угол α с горизонтом, поместили два бруска *1* и *2* (рис. 1.9). Массы брусков m_1 и m_2, коэффициенты трения между плоскостью и этими брусками k_1 и k_2, причем $k_1 > k_2$. Найти:

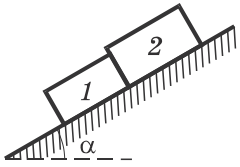

Рис. 1.9

а) силу взаимодействия между брусками при движении;

б) угол α, при котором скольжения не будет.

1.65. Небольшое тело пустили вверх по наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha = 15°$ с горизонтом. Найти коэффициент трения, если время подъема тела оказалось в $\eta = 2{,}0$ раза меньше времени спуска.

1.66. Шайбу поместили на наклонную плоскость, составляющую угол $\alpha = 10°$ с горизонтом. Если шайбе сообщить некоторую начальную скорость вверх по плоскости, то она до остановки проходит путь s_1; если же сообщить ту же начальную скорость вниз, то путь до остановки равен s_2. Найти коэффициент трения, зная, что $s_2/s_1 = \eta = 4{,}0$.

1.67. В установке (рис. 1.10) известны угол α и коэффициент трения k между телом m_1 и наклонной плоскостью. Массы блока и нити пренебрежимо малы, трения в блоке нет. Вначале оба тела неподвижны. Найти отношение масс m_2/m_1 при котором тело m_2 начнет:

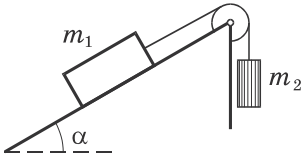

Рис. 1.10

а) опускаться; б) подниматься.

1.68. Наклонная плоскость (см. рис. 1.10) составляет угол $\alpha = 30°$ с горизонтом. Отношение масс тел $m_2/m_1 = \eta = 2/3$. Коэффициент трения между телом m_1 и плоскостью $k = 0{,}10$. Массы блока и нити пренебрежимо малы. Найти модуль и направление ускорения тела m_2, если система пришла в движение из состояния покоя.

1.69. На гладкой горизонтальной плоскости лежит доска массы m_1 и на ней брусок массы m_2. К бруску приложили горизонтальную силу, увеличивающуюся со временем t по закону $F = \alpha t$, где α — постоянная. Найти зависимости от t ускорений доски a_1 и бруска a_2, если коэффициент трения между доской и бруском равен k. Изобразить примерные графики этих зависимостей.

1.70. На горизонтальной плоскости находятся два тела: брусок и электромотор с батарейкой на подставке. На ось электромотора намотана нить, свободный конец которой соединен с бруском. Расстояние между обоими телами равно l, коэффициент трения между телами и плоскостью k. После включения мотора брусок, масса которого вдвое больше массы другого тела, начал двигаться с постоянным ускорением a. Через сколько времени оба тела столкнутся?

1.71. Небольшое тело m начинает скользить по наклонной плоскости из точки, расположенной над вертикальным упором A (рис. 1.11). Коэффициент трения между телом и наклонной плоскостью $k = 0{,}140$. При каком значении угла α время соскальзывания будет наименьшим?

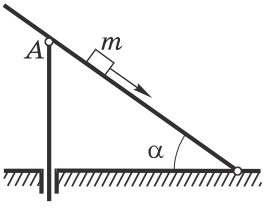

Рис. 1.11

1.72. Шайбу положили на наклонную плоскость и сообщили направленную вверх начальную скорость v_0. Коэффициент трения между шайбой и плоскостью равен k. При каком значении угла наклона α шайба пройдет вверх по плоскости наименьшее расстояние? Чему оно равно?

1.73. Брусок массы m тянут за нить так, что он движется с постоянной скоростью по горизонтальной плоскости с коэффициентом трения k (рис. 1.12). Найти угол α, при котором натяжение нити минимально. Чему оно равно?

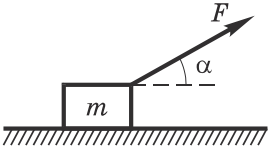

Рис. 1.12

1.74. Нить перекинута через легкий вращающийся без трения блок. На одном конце нити прикреплен груз массы M, а по другой свисающей части нити скользит муфточка массы m с постоянным ускорением a' относительно нити. Найти силу трения, с которой нить действует на муфточку.

1.75. Через блок, прикрепленный к потолку кабины лифта, перекинута нить, к концам которой привязаны грузы масс m_1 и m_2. Кабина начинает подниматься с ускорением $\mathbf{a}_0$. Пренебрегая массой блока, найти:

а) ускорение груза m_1 относительно кабины;

б) силу, с которой блок действует на потолок кабины.

[. . .]