

А. Буравлёв

# ЭКОНОМЕТРИКА



ИЗДАТЕЛЬСТВО

**БИНОМ**

---

А. Буравлев

# ЭКОНОМЕТРИКА

---

Допущено

Учебно-методическим объединением  
по образованию в области статистики  
в качестве учебного пособия  
для студентов высших учебных заведений,  
обучающихся по специальности «Статистика»  
и другим экономическим специальностям



Москва  
БИНОМ. Лаборатория знаний  
2012

УДК 311 (075.8)  
ББК 62.05  
Б90

**Буравлёв А. И.**

**Б90** Эконометрика : учебное пособие / А. И. Буравлёв. — М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012. — 164 с. : ил.  
ISBN 978-5-9963-0741-8

В учебном пособии рассмотрены основные понятия эконометрики, методы построения и статистического анализа эконометрических моделей — однофакторных и многофакторных линейных и нелинейных регрессионных моделей, динамических рядов, систем эконометрических уравнений с одновременными факторами. Пособие обеспечивает изучение дисциплины «Эконометрика» для студентов экономических специальностей вузов в рамках подготовки бакалавров и специалистов и может быть использовано магистрами, аспирантами и преподавателями. Теоретический материал сопровождается примерами и вопросами для самоконтроля, заданиями для самостоятельной работы и тестами по каждой рассмотренной теме в приложениях.

Для студентов экономических специальностей вузов.

**УДК 311 (075.8)  
ББК 62.05**

**По вопросам приобретения обращаться:  
«БИНОМ. Лаборатория знаний»  
Телефон: (499) 157-5272  
e-mail: [binom@Lbz.ru](mailto:binom@Lbz.ru), <http://www.Lbz.ru>**

**ISBN 978-5-9963-0741-8**

© БИНОМ. Лаборатория  
знаний, 2011

# Оглавление

<b>Предисловие</b> . . . . .	<b>5</b>
<b>Глава 1. Предмет и задачи эконометрики. Сущность статистического подхода к моделированию экономических процессов</b> . . . . .	<b>9</b>
1.1. Предмет и задачи эконометрики. . . . .	9
1.2. Эконометрические данные и их статистические характеристики . . . . .	10
1.3. Типовые распределения выборочных характеристик. . . . .	14
1.4. Точность и надежность выборочных характеристик . . . . .	18
1.5. Классификация эконометрических моделей и основные этапы моделирования . . . . .	25
<i>Вопросы для контроля</i> . . . . .	27
<i>Задания для самостоятельной работы</i> . . . . .	28
<b>Глава 2. Линейная однофакторная регрессионная модель</b> . . . . .	<b>30</b>
2.1. Регрессионная зависимость между случайными факторами . . . . .	30
2.2. Метод наименьших квадратов определения коэффициентов регрессии. . . . .	31
2.3. Показатели адекватности уравнения регрессии . . . . .	35
2.4. Точность и значимость коэффициентов регрессии . . . . .	37
2.5. Условия оптимальности МНК-оценок . . . . .	41
<i>Вопросы для контроля</i> . . . . .	42
<i>Задания для самостоятельной работы</i> . . . . .	43
<b>Глава 3. Линейная многофакторная регрессионная модель</b> . . . . .	<b>45</b>
3.1. Множественная линейная регрессия . . . . .	45
3.2. Стандартизованная форма множественной регрессии . . . . .	48
3.3. Оптимальность коэффициентов множественной регрессии . . . . .	53
3.4. Показатели адекватности множественной регрессии . . . . .	53
3.5. Линейные регрессионные модели с гетероскедастичностью . . . . .	56
<i>Вопросы для контроля</i> . . . . .	59
<i>Задания для самостоятельной работы</i> . . . . .	60

<b>Глава 4. Обобщенная регрессионная модель</b> . . . . .	<b>62</b>
4.1. Нелинейные регрессионные модели и их классификация . . . . .	62
4.2. Регрессионная модель, линейная относительно параметров . . . . .	63
4.3. Обобщенный метод наименьших квадратов. . . . .	66
4.4. Учет мультиколлинеарности факторных переменных в регрессионных моделях. . . . .	75
4.5. Регрессионные модели с переменной структурой . . . . .	78
<i>Вопросы для контроля</i> . . . . .	81
<i>Задания для самостоятельной работы</i> . . . . .	81
<b>Глава 5. Временные ряды</b> . . . . .	<b>83</b>
5.1. Временной ряд и его характеристики . . . . .	83
5.2. Корреляция временных рядов . . . . .	84
5.3. Определение тренда временного ряда . . . . .	87
5.4. Учет автокорреляции остатков временного ряда. Критерий Дарбина—Уотсона . . . . .	92
5.5. Сглаживание временных рядов. . . . .	95
5.6. Модель нелинейного показательного тренда . . . . .	97
5.7. Оценка периодических колебаний временного ряда . . . . .	99
<i>Вопросы для контроля</i> . . . . .	104
<i>Задания для самостоятельной работы</i> . . . . .	105
<b>Глава 6. Динамические эконометрические модели</b> . . . . .	<b>107</b>
6.1. Линейная стохастическая динамическая модель. . . . .	107
6.2. Эконометрическая модель с распределенным лагом . . . . .	112
6.3. Авторегрессионные эконометрические модели . . . . .	114
6.4. Модель адаптивных ожиданий . . . . .	117
6.5. Системы эконометрических уравнений . . . . .	118
6.6. Проблема идентификации эконометрических моделей . . . . .	124
<i>Вопросы для контроля</i> . . . . .	125
<i>Задания для самостоятельной работы</i> . . . . .	126
<b>Приложения</b> . . . . .	<b>128</b>
<b>Приложение 1. Варианты контрольного домашнего задания (№ — номер студента в группе)</b> . . . . .	<b>128</b>
<b>Приложение 2. Тесты</b> . . . . .	<b>132</b>
<b>Приложение 3. Статистические таблицы</b> . . . . .	<b>157</b>
<b>Список литературы</b> . . . . .	<b>164</b>

# Предисловие

Эконометрика – научная дисциплина, изучающая методы построения экономико-математических моделей с использованием статистических данных о реальных социально-экономических явлениях и процессах. Основу эконометрики составляют методы теории вероятностей и математической статистики, экономического анализа и экономико-математического моделирования.

Курс «Эконометрика» является составной частью образовательных программ подготовки студентов экономических специальностей : «Бухгалтерский учет и аудит», «Финансы и кредит», «Налоги и налогообложение», «Прикладная информатика (в экономике)». Задачей этого курса является дать будущим специалистам в области экономики и финансов знания и навыки для использования современных математико-статистических методов экономического анализа при решении практических задач.

В настоящее время по курсу «Эконометрика» написаны превосходные учебники и учебные пособия видными отечественными и зарубежными учеными и специалистами, такими как проф. С.А. Айвазян, проф. И.И. Елисева, проф. В.С. Мхитарян, проф. Н.Ш. Кремер, проф. К. Доугерти, проф. Дж. Джонстон и многие другие. В списке литературы в конце книги приведены основные учебники и учебные пособия, рекомендованные для изучения студентам экономических специальностей вузов.

Тогда возникает законный вопрос: зачем еще одно учебное пособие? Ответ на этот вопрос исходит из опыта преподавания. А он говорит о том, что, чем толще книга, тем менее вероятно, что студент будет ее читать! К сожалению, это правило можно считать аксиомой нашей жизни. Поэтому при написании учебника или учебного пособия автор всегда вынужден решать сложную оптимизационную задачу: дать максимум необходимых сведений по предмету, минимизируя при этом печатный объем излагаемого материала. Когда это удается, мы получаем полезный учебник или учебное пособие, которые будут востребованы студенческой аудиторией.

Именно такой замысел был положен автором при разработке данного учебного пособия. В него включен основной материал,

необходимый для освоения всех вопросов программы дисциплины «Эконометрика». При изложении теоретических положений использованы минимально необходимые для понимания и усвоения курса сведения. Учебный материал иллюстрируется рисунками с поясняющими графиками и диаграммами. Применение теоретического материала для решения практических задач демонстрируется на примерах с анализом хода решения и получаемых результатов. Каждая учебная тема заканчивается перечнем вопросов для самоконтроля и перечнем заданий для самостоятельной работы. По каждой теме приводятся тесты для текущего и итогового контроля.

В какой мере удалось автору реализовать свой замысел, судить читателю.

Учебное пособие состоит из шести глав.

В главе 1 раскрывается предмет и характеризуются задачи эконометрики как научной дисциплины. Рассматриваются сущность статистического подхода к изучению экономических явлений и процессов и основные принципы эконометрических исследований. Дается краткое напоминание ключевых положений статистики, связанных с обработкой статистических данных, которые далее используются при изучении курса. Приводятся классификация эконометрических моделей и их краткая характеристика. Анализируется общая схема эконометрического исследования.

Глава 2 посвящена изучению линейной однофакторной регрессионной модели, методике ее построения, оценке адекватности и значимости ее параметров. Подробно рассматривается метод наименьших квадратов (МНК) для определения параметров линейной регрессии, условия оптимальности получаемых оценок. Рассматриваются показатели адекватности уравнения регрессии и методика их расчета. Приводятся примеры построения и анализа линейных однофакторных моделей.

В главе 3 рассматривается линейная многофакторная регрессионная модель и принципы ее построения. Дается определение множественной регрессии, а также методика ее построения с использованием МНК. Приводится стандартизованная форма множественной регрессии в алгебраическом и матричном виде. Рассматриваются показатели адекватности множественной регрессии и значимости ее параметров и методика их расчета. Приводятся условия оптимальности МНК-оценок для параметров линейной регрессии.

Вводится понятие гетероскедастичности линейной модели и причины ее возникновения. Рассматриваются тесты Спирмена, Парка, Уайта для обнаружения и количественной оценки гетероскедастичности модели.

Глава 4 является наиболее трудной для изучения. Она посвящена рассмотрению обобщенной регрессионной модели, описываемой как линейными, так и нелинейными зависимостями между факторными переменными и параметрами. Основное внимание в данной главе уделено уравнениям регрессий, линейным относительно параметров. Рассмотрена методика построения этих моделей с применением обобщенного МНК. Сформулированы условия оптимальности МНК-оценок параметров регрессии. Приведены показатели адекватности и значимости параметров регрессии и методика их расчета. Рассмотрены метод снижения гетероскедастичности регрессионной модели, использующий дублирование измерений факторных переменных, и методы повышения адекватности регрессионной модели в случае мультиколлинеарности факторных переменных. Приведены примеры, демонстрирующие методики построения линейных и нелинейных регрессионных моделей.

Кратко рассмотрены модели с переменной структурой и условия их возникновения. Приведена методика их построения, использующая введение в состав параметров модели индикаторов структуры. Рассмотрен пример построения модели с переменной структурой.

В главе 5 анализируются регрессионные модели временных рядов. В качестве повторения рассмотрены основные характеристики временных рядов, используемых в прикладных задачах, а также методика определения показателей корреляции временных рядов. Рассмотрены методы построения линейных и нелинейных трендов временных рядов с применением МНК. Приведены условия оптимальности получаемых оценок для параметров трендов. Рассмотрены метод снижения гетероскедастичности трендов (метод Дарбина—Уотсона) в случае автокорреляции остатков временного ряда (ошибок тренда). Для повышения точности аппроксимации временного ряда, в случае высокой его колебательности, рассмотрены методы сглаживания ряда (метод скользящей средней, экспоненциального сглаживания, показательного тренда), наиболее часто применяющиеся в практике эконометрических исследований.



Для временных рядов с периодическими колебаниями рассмотрены методы оценки периодической составляющей тренда с использованием тригонометрических рядов, а также методы построения аддитивных и мультипликативных моделей сезонных колебаний с использованием специальных степенных функций. Рассмотрены примеры расчетов параметров различных трендов временных рядов.

Глава 6 посвящена построению и анализу динамических эконометрических моделей. К ним относятся: стохастические динамические модели, в которых экзогенные факторные переменные наблюдаются (измеряются) со случайными ошибками и поэтому представляют собой случайные величины, изменяющиеся во времени; эконометрические модели с распределенным лагом, когда результирующая переменная зависит от прошлых своих значений; авторегрессионные эконометрические модели, в которых учитывается лаг результирующей переменной; модели адаптивных ожиданий с зависимостью результирующей переменной от будущих значений факторных переменных; системы эконометрических уравнений со связанными факторными переменными.

Рассмотрены известные методы построения и анализа таких моделей (метод инструментальных переменных, метод Алмон и др.). Для системы эконометрических уравнений рассмотрена проблема идентификации параметров уравнений, приведены условия идентифицируемости систем уравнений.

Учебный материал сопровождается иллюстративными примерами. В приложениях к учебному пособию приведены варианты контрольного домашнего задания для студентов, обучающихся по очно-заочной или дистанционной форме обучения, тесты для проведения текущего и итогового контроля, а также основные статистические таблицы, используемые при решении практических задач.

В конце книги приводится список литературы, включающий все первоисточники, в которых подробно изложены теоретические положения, составляющие фундамент современной статистики и эконометрики. При изложении учебного материала автор не делал ссылок на конкретные библиографические источники, вместе с тем читатель всегда найдет в тексте упоминание имени первооткрывателя того или иного научного положения, о котором идет речь в данном учебном пособии.

# **ПРЕДМЕТ И ЗАДАЧИ ЭКОНОМЕТРИКИ. СУЩНОСТЬ СТАТИСТИЧЕСКОГО ПОДХОДА К МОДЕЛИРОВАНИЮ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ**

## **1.1. Предмет и задачи эконометрики**

*Эконометрика* (экономические измерения, *греч.*) — это наука, изучающая экономические явления и процессы с применением статистических методов. Эконометрика возникла на стыке трех областей знаний: экономической теории, математической экономики и статистики. Поэтому научную и методологическую основу данной дисциплины составляют методы экономики, математического моделирования и статистического анализа.

*Объектами* эконометрики являются реальные экономические явления и процессы, но, в отличие от экономической теории, эконометрика изучает *количественные* характеристики и связи в этих процессах.

Например, экономическая теория утверждает, что спрос на товар убывает с ростом его цены. Но по какому закону и как быстро происходит это убывание — вопрос остается открытым. Эконометрика позволяет по реальным данным построить математическую модель для вполне конкретных условий и исследовать ее поведение.

Изучение экономических явлений, выявление основных связей и их закономерностей осуществляется математическими методами, которые составляют предмет и содержание научной дисциплины — *математическая экономика*. Однако без наполнения моделей реальными эмпирическими данными такие модели представляют лишь теоретический интерес.

*Статистика* и ее методы позволяют получить статистические данные для построения экономико-математических моделей применительно к конкретным условиям.

*Эконометрика*, используя весь арсенал методов экономической теории, математического моделирования и статистики, обеспечивает построение экономико-математических моделей и оценку их качества для анализа и прогнозирования реальных процессов и явлений.

Развитие информационных компьютерных технологий и их программного обеспечения превратили эконометрику в современный и эффективный инструмент экономических исследований.

*Основными задачами* эконометрики являются:

- анализ качества статистических данных и возможности их использования для экономико-математического моделирования;
- построение экономико-математических моделей явлений и процессов по статистическим данным;
- оценка точности, надежности и адекватности полученных экономико-статистических моделей;
- анализ и прогнозирование явлений и процессов с использованием экономико-математических моделей с целью разработки практических рекомендаций для принятия управленческих решений.

## **1.2. Эконометрические данные и их статистические характеристики**

Исходными для построения экономико-математических моделей являются эмпирические данные, представляющие собой статистические выборки результатов наблюдений признаков, которыми характеризуются различные экономические объекты. Эти признаки имеют количественную или качественную форму в зависимости от типа применяемой шкалы измерений. Различают следующие шкалы эконометрических измерений.

- *Номинальная шкала* — шкала классификаций. Она позволяет отнести уровень признака к одному из рассматриваемых классов. При этом каждому классу может быть поставлено в соответствие некоторое целое число, например  $1, 2, \dots, m$ . Никакого содержательного смысла, кроме отличительных признаков этих классов, данные числа не имеют. В номи-

нальной шкале никаких операций с числами, кроме взаимно-однозначного преобразования, не производится.

- *Порядковая шкала*, или шкала сравнений. В этой шкале между двумя значениями признака  $x_1$  и  $x_2$  можно установить только неравенства  $x_1 \leq x_2$  или  $x_1 \geq x_2$ . При этом разность  $x_1 - x_2$  ничего не говорит о том, на сколько одна величина больше или меньше другой. В порядковой шкале допустимо монотонное преобразование результатов измерений. Шкалы баллов, рангов относятся к порядковой шкале.

Номинальная шкала и порядковая шкала — это шкалы качественных измерений.

- *Метрическая интервальная шкала* — это шкала, в которой задана определенная метрика между различными уровнями признаков. Разность  $|x_2 - x_1|$  характеризует расстояние между признаками  $x_1$  и  $x_2$  в этой шкале. Однако в интервальной шкале отсутствует начало отсчета, т.е. 0-значение шкалы. Поэтому в этой шкале невозможно определить абсолютное значение признака. Допустимым преобразованием в шкале интервалов является линейное преобразование.

*Метрическая нормированная шкала* это метрическая шкала с 0-значением. В данной шкале можно получить абсолютное количественное значение признака. Допустимыми преобразованиями для метрической нормированной шкалы являются преобразования подобия, линейные, монотонные.

Результаты измерения признаков наблюдаемых объектов образуют *статистическую совокупность*  $x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ , т. е. множество элементов, объединенных единой количественно-качественной основой, но различающиеся числовыми значениями признаков.

Полученная статистическая совокупность данных представляет собой *случайную* выборку из всего множества  $\Omega_X = \{x_1, x_2, \dots, x_N, \dots\}$  возможных значений признака  $X$  у наблюдаемых объектов, которая в статистике называется *генеральной совокупностью* признаков.

В зависимости от характера изменения признака и условий его наблюдения различают выборки пространственные и времен-

ные, дискретные и непрерывные, выборки без возвращения и с возвращением.

- *Пространственная выборка* — это выборка значений признака для некоторой совокупности однородных объектов, полученных в определенный момент времени.
- *Временная выборка* — это выборка, полученная для одного или нескольких объектов в различные моменты наблюдений.
- *Дискретная выборка* представляет собой дискретный набор значений признака, а *непрерывная выборка* — некоторый континуум значений признака.
- *Выборка без возвращения* предполагает случайный выбор объектов наблюдения из генеральной совокупности без последующего возвращения, а *выборка с возвращением* предполагает возвращение объекта в генеральную совокупность объектов.

В дальнейшем будем считать, что генеральная совокупность содержит бесконечно большое число возможных значений случайного признака. В этом случае независимо от способа формирования выборки  $x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  (без возвращения или с возвращением) все элементы выборки между собой статистически независимы, а выборка имеет число  $n$  степеней свободы. Если на выборку накладываются определенные связи, то часть степеней свободы теряется. Так, например, если на выборку  $x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  будет наложено  $m$  связей, то число степеней свободы исходной выборки будет составлять  $n - m$ .

На практике вероятностные характеристики генеральной совокупности признаков, как правило, неизвестны, поэтому их определяют с использованием выборочных данных.

Основными статистическими характеристиками эконометрических данных являются:

- выборочное среднее признака  $\bar{x}$ ;
- выборочная дисперсия признака  $S_x^2$ ;
- выборочное среднее квадратическое отклонение (СКО) признака  $S_x$ ;
- выборочный коэффициент корреляции  $R_{XY}$  двух признаков  $(X, Y)$ .

В качестве *выборочного среднего* принимается среднее арифметическое наблюдаемых значений признака  $x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ , которое, как известно из статистики, является несмещенной и состоятельной оценкой среднего значения  $m_x = M[X]$  генеральной совокупности признака  $X$ :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}. \quad (1.1)$$

Выражение (1.1) характеризует связь, накладываемую на элементы выборки, после чего исходная выборка будет иметь число  $n - 1$  степеней свободы.

*Выборочная дисперсия*  $S_x^2$  определяется как среднее арифметическое квадратов отклонения выборочных значений от своего центра:

$$S_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2, \quad (1.2)$$

где  $\overline{x^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n}$  — среднее арифметическое квадратов значений признака.

Как известно из статистики, эта выборочная дисперсия является состоятельной, но смещенной оценкой для дисперсии генеральной совокупности  $\sigma_x^2 = M[(X - m_x)^2]$ , т. е. содержит в себе некоторую систематическую ошибку. Это смещение вызвано тем, что при расчете выборочной дисперсии вместо среднего значения генеральной совокупности  $m_x$  используется выборочная оценка  $\bar{x}$ . Поэтому для исключения смещения формула (1.2) корректируется следующим образом:

$$\hat{S}_x^2 = \frac{n}{n-1} S_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2. \quad (1.3)$$

Из выражения (1.3) видно, что несмещенная дисперсия  $\hat{S}_x^2$  представляет собой также среднее арифметическое квадратов от-

[ . . . ]