

ПРЕДИСЛОВИЕ

Первое издание учебного пособия «Решение задач по сопротивлению материалов» было издано в 1994 году издательством «Высшая школа». Весь тираж разошелся за несколько месяцев. В последующие годы ни одного аналогичного пособия выпущено не было, что позволило выпустить второе издание этого учебного пособия.

В данном третьем издании исправлены замеченные опечатки, добавлено несколько новых задач.

Учебное пособие содержит подробное решение задач на основные темы сопротивления материалов в соответствии с программами дисциплин «Сопротивление материалов», «Прикладная (техническая) механика» для немашиностроительных специальностей и предназначено для выработки навыков самостоятельного решения задач. Пособие ориентировано в первую очередь на студентов-заочников, но может быть полезно для самостоятельной работы студентам очной формы обучения, а также преподавателям при подготовке курса практических занятий.

Основная цель, которую преследует это пособие, — дать подробное с максимальным количеством пояснений решение основных типовых задач, причем сначала самых простых и наиболее подробно, а затем с увеличением сложности задач решениедается более схематично. Поэтому при изучении темы необходимо последовательно ознакомиться с решением всех задач. В конце каждой темы приводятся задачи для самостоятельного решения с ответами.

При разработке пособия автор стремился в первую очередь сосредоточить внимание изучающего непосредственно на сопротивлении материалов. В связи с этим решения в основном приводятся в буквенных выражениях, что позволяет избавить студента от сложных арифметических вычислений и анализа размерности величин при изучении нового материала, а все внимание сосредоточить на решении задач.

В задачах с числовыми данными решение приводится в буквенных обозначениях до получения окончательного результата. И лишь потом вместо каждой буквы подставляются числовые значения в соответствующих размерностях.

4 Предисловие

При разработке пособия автор стремился дать минимальное, но достаточное количество задач по каждой теме, чтобы создать по возможности краткое по объему пособие. Опыт показывает, что эффективность подобных пособий обратно пропорциональна их объему.

Автор выражает признательность рецензентам за отзывы и замечания, направленные на улучшение качества книги.

Автор просит читателей присыпать свои замечания по адресу: 125167, Москва, проезд Аэропорта, д. 3, Издательство «БИНОМ. Лаборатория знаний», e-mail: binom@Lbz.ru, <http://www.Lbz.ru>.

Автор

ГЛАВА 1

ПОСТРОЕНИЕ ЭПЮР ВНУТРЕННИХ СИЛОВЫХ ФАКТОРОВ

На элементы конструкции действуют внешние нагрузки: *активные и реактивные* (реакции связей), под действием которых возникают *внутренние силы* — силы взаимодействия между частицами твердого тела, препятствующие его деформации. Как всякую систему сил, внутренние силы, распределенные в сечении нагруженного бруса, можно привести к центру тяжести сечения, в результате получим главный вектор R и главный момент $M(R)$ внутренних сил в сечении. МЕТОД СЕЧЕНИЙ позволяет определить *внутренние силы, возникающие в поперечных сечениях бруса, через внешние нагрузки*.

Главный вектор внутренних сил, действующих в рассматриваемом сечении нагруженного бруса, равен сумме всех внешних сил, приложенных по одну сторону от сечения:

$$R = \sum_{\substack{\text{по одну} \\ \text{сторону}}} F_i.$$

Главный момент внутренних сил, действующих в рассматриваемом сечении нагруженного бруса, относительно центра тяжести сечения равен сумме моментов всех внешних нагрузок, приложенных по одну сторону от сечения:

$$M(R) = \sum_{\substack{\text{по одну} \\ \text{сторону}}} M(F_i),$$

где под F_i подразумевается любая i -я внешняя нагрузка.

Проектируя главный вектор и главный момент на координатные оси, получим шесть составляющих: три составляющие главного вектора и три составляющие главного момента, которые носят название внутренних силовых факторов в сечении (рис. 1.1):

$$R = N + Q_y + Q_z,$$

где N — продольная сила, Q_y , Q_z — поперечные силы;

$$M(R) = M_x + M_y + M_z,$$

где $M_x = T$ — крутящий момент; M_y , M_z — изгибающие моменты.

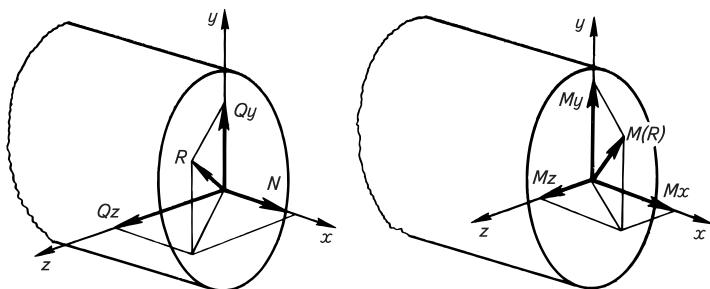


Рис. 1.1

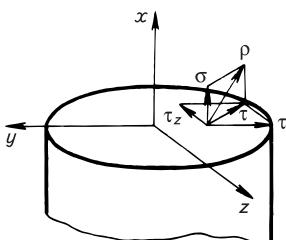


Рис. 1.2

Внутренняя сила, приходящаяся на единицу площади сечения, называется **напряжением**, выражается в паскалях ($\text{Па} = \text{Н}/\text{м}^2$) или мегапаскалях ($\text{МПа} = 10^6 \text{ Па} = \text{Н}/\text{мм}^2$).

Напряжение принято выражать через его составляющие (рис. 1.2):

$$P = \sigma + \tau = \sigma + \tau_y + \tau_z,$$

где σ — нормальное напряжение, τ — касательное напряжение; τ_y , τ_z — составляющие касательного напряжения по осям y и z .

В результате суммирования элементарных внутренних сил и элементарных моментов этих сил по всей площади сечения бруса A получим выражения для внутренних силовых факторов через напряжения. С другой стороны, согласно методу сечений, их можно выразить через внешние нагрузки:

$$\begin{aligned} N &= \int_A \sigma dA = \sum_{\substack{\text{по одну} \\ \text{сторону}}} F_{xi}; \quad M_x = T = \int_A (y\tau_z + z\tau_y) dA = \sum_{\substack{\text{по одну} \\ \text{сторону}}} M_{xi}; \\ Q_y &= \int_A \tau_y dA = \sum_{\substack{\text{по одну} \\ \text{сторону}}} F_{yi}; \quad M_y = \int_A z\sigma dA = \sum_{\substack{\text{по одну} \\ \text{сторону}}} M_{yi}; \\ Q_z &= \int_A \tau_z dA = \sum_{\substack{\text{по одну} \\ \text{сторону}}} F_{zi}; \quad M_z = \int_A y\sigma dA = \sum_{\substack{\text{по одну} \\ \text{сторону}}} M_{zi}. \end{aligned}$$

Эпюра внутреннего усилия — это график изменения внутреннего усилия по длине бруса. Цель построения эпюры — определить качественную и количественную картину деформации бруса, наиболее нагруженные участки, сечения.

Общий порядок построения эпюр внутренних силовых факторов.

1. Произвольно направляют реакции. Составляют уравнения равновесия, из которых определяют реакции опор.
2. Брус разбивают на участки, проводят произвольные сечения, задают координаты сечений.
3. Для каждого участка записывают уравнения внутренних силовых факторов.
4. По полученным уравнениям строят графики — эпюры.

1.1. ПОСТРОЕНИЕ ЭПЮР ПРОДОЛЬНЫХ УСИЛИЙ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ (СЖАТИИ)

Растяжение (сжатие) — деформация, вызванная силами или системами сил, равнодействующая которых или сами силы приложены в центре тяжести сечения и перпендикулярны сечению.

При растяжении (сжатии) в каждом сечении бруса действует только *один* внутренний силовой фактор — продольная сила N .

Продольная сила представляет собой равнодействующую внутренних нормальных напряжений, возникающих в поперечном сечении бруса, численно равную алгебраической сумме проекций на продольную ось всех внешних сил, приложенных по одну сторону от рассматриваемого сечения, т. е.

$$N = \int_A \sigma dA = \sum_{\substack{\text{по одну} \\ \text{сторону}}} F_{xi}.$$

При *растяжении* продольную силу принято считать *положительной*, а при *сжатии* — *отрицательной* (рис. 1.3).

Внешние нагрузки, действующие на брус, могут быть сосредоточенными и распределенными. *Сосредоточенные нагрузки* передают свое действие через относительно небольшие участки бруса. *Распределенные нагрузки* действуют либо на все сечения бруса (силы веса, инерции — объемные нагрузки), либо на достаточно большие участки бруса (силы трения — поверхностные нагрузки).

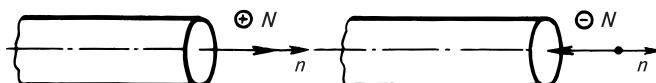


Рис. 1.3

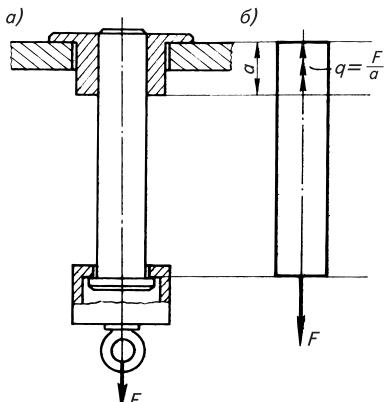


Рис. 1.4

Рассмотрим стержень (рис. 1.4, а), работающий на растяжение. Верхний конец стержня запрессован во втулку. Нижний конец через промежуточную деталь нагружен растягивающей силой.

Расчетная схема нагружения стержня представлена на рис. 1.4, б. Действие силы F — пример сосредоточенной нагрузки. Усилие от втулки к стержню передается по длине a , поэтому можно его рассматривать как распределенное с интенсивностью q . Интенсивность распределенной нагрузки — нагрузка, приходящаяся на единицу длины бруса (выражается в Н/м):

$$q = F/a.$$

При учете собственного веса бруса определяется интенсивность распределенной нагрузки от собственного веса (вес единицы длины бруса) (Н/м):

$$q = \frac{G}{l} = \frac{\gamma Al}{l} = \gamma A,$$

где G — вес бруса; A — площадь поперечного сечения бруса; l — длина бруса; γ — удельный вес материала бруса: $\gamma = \rho g$, здесь ρ — плотность материала бруса, g — ускорение свободного падения (размерности — см. Приложение 6).

Задача 1. Для бруса (рис. 1.5) построить эпюру продольных сил.

1. Определяем реакцию в заделке. Предварительно произвольно направляем реакцию R .

В данной и во всех других задачах с заделкой не обязательно определять реакцию R , так как, рассматривая нагрузки от свободно-

го конца бруса (в данном случае справа налево), можно определить во всех сечениях продольную силу. Продольная сила, полученная для крайнего левого сечения бруса (т. е. для заделки), и будет представлять собой реакцию в заделке.

Однако для контроля правильности расчета продольных сил полезно вначале определить реакцию R из условия равновесия, т. е. сумма проекций всех сил на продольную ось бруса должна быть равна нулю:

$$\sum F_x = R - 3F + 2F - F = 0 \Rightarrow R = 2F.$$

Используем в этой задаче только одно уравнение равновесия. Остальные два уравнения тождественно удовлетворяются: сумма проекций всех сил на ось y , перпендикулярную x , всегда равна нулю, так как равна нулю каждая проекция. Сумма моментов относительно любой точки, лежащей на оси x , также будет всегда равна нулю, так как ни одна из сил не создает момента (плечо каждой силы равно нулю).

Полученный знак плюс для реакции свидетельствует о правильности выбранного направления вектора R . Если бы реакция получалась отрицательной, то следовало бы изменить направление вектора R на противоположное.

2. Разбиваем брус на три участка. Проводим произвольные сечения, задаем координату сечения на каждом участке (рис. 1.5, а). В данной задаче на каждом участке начало координат взято в крайнем правом сечении участка.

Задание координаты сечения на участке однозначно определяет, с какой стороны от сечения суммировать внешние силы при определении внутреннего силового фактора. Если начало координат находится справа, то рассматриваются все внешние нагрузки, лежащие справа от сечения, и наоборот.

3. Составляем уравнения для продольной силы по участкам.

I участок: пределы изменения координаты сечения $0 \leq x_1 \leq a$. Мысленно отбрасываем часть бруса справа от сечения. Согласно определению, продольная сила равна сумме всех внешних нагрузок, лежащих по одну сторону справа от сечения. Справа от сечения имеется только одна сила, которая действует на данное сечение, вызывая сжатие левой от сечения части бруса, поэтому (рис. 1.5, б)

$$N = -F.$$

II участок: $0 \leq x_2 \leq a$. Продольная сила в сечении равна сумме всех внешних сил, действующих справа от сечения. Справа от сечения действует сила F , вызывая сжатие, и сила $2F$, вызывая

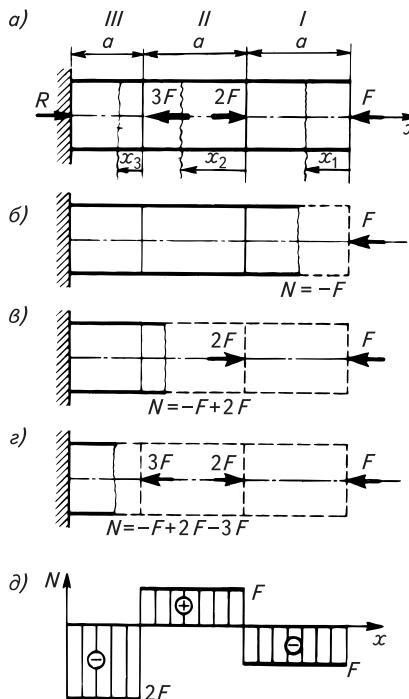


Рис. 1.5

растяжение оставшейся левой части бруса, поэтому (рис. 1.5, в)

$$N = -F + 2F = F.$$

III участок: $0 \leq x_3 \leq a$. Рассуждая аналогично, получим (рис. 1.5, г)

$$N = -F + 2F - 3F = -2F.$$

Продольная сила N в заделке совпада по величине и направлению с реакцией R (знак минус для N на III участке говорит о том, что на этом участке действует сжимающая сила), причем рассмотрение внешних сил справа от сечения позволяет определить продольную силу в каждом сечении, не определяя реакцию в заделке.

4. По полученным уравнениям строим эпюру продольных сил. Так как на каждом участке продольная сила — величина постоянная, то графики продольных сил — прямые, параллельные координатной оси x . Откладываем в произвольном масштабе значения N на каждом участке и строим эпюру (рис. 1.5, д).

Как видно из эпюры, в каждом сечении, в котором к брусу приложена сосредоточенная сила, продольная сила меняется скачком. Таким образом, на эпюре N в сечении, где приложена сосредоточенная сила, должен быть скачок на значение этой силы. В данной задаче к брусу приложены четыре сосредоточенные силы. На эпюре имеем четыре скачка N , каждый скачок соответствует сосредоточенной силе.

Эпюры принято штриховать прямыми линиями, перпендикулярными продольной оси x . Каждая ордината эпюры в принятом масштабе дает значение продольной силы в поперечном сечении бруса с данной координатой. На эпюре иногда указываются знаки продольных сил (плюс — для положительных, минус — для отрицательных сил).

Эпюра показывает, что брус под действием внешних сил на I и III участках испытывает сжатие, на II — растяжение с усилиями, известными из расчета.

Задача 2. Построить эпюру продольных сил для бруса (рис. 1.6, а), если известны значения a , F .

1. Определяем реакцию заделки R . Предварительно направляем реакцию вверх. Составляем уравнение равновесия — сумма всех сил на ось x должна быть равна нулю:

$$\sum F_x = R + F - 2F = 0 \Rightarrow R = F.$$

Решение со знаком плюс говорит о правильном выборе направления реакции.

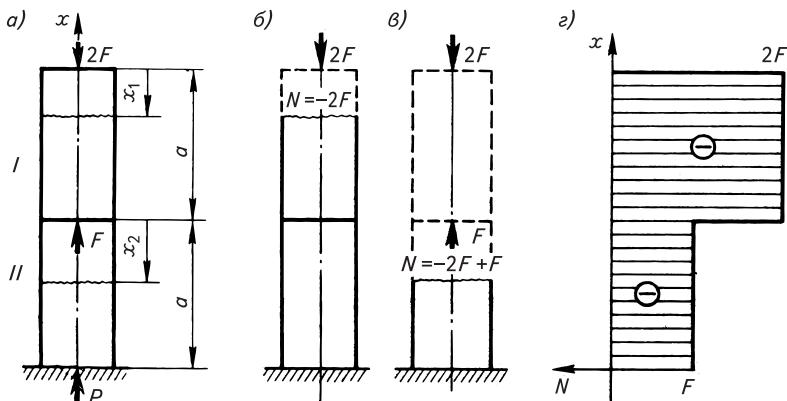


Рис. 1.6

[. . .]