

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	9
Глава 1. Элементы теории массового обслуживания	12
§1.1. Характеристические преобразования	12
§1.2. Некоторые дискретные вероятностные распределения.	14
1.2.1. Биномиальное распределение	15
1.2.2. Геометрическое распределение	15
§1.3. Дискретные процессы восстановления	17
§1.4. Цепи Маркова.	21
1.4.1. Определение и общие свойства цепи Маркова с дискретным множеством состояний	21
1.4.2. Эргодичность цепи Маркова с конечным множеством состояний	25
1.4.3. Эргодичность цепи Маркова со счетным множеством состояний	25
1.4.4. Дискретные полумарковские и полурегенерирующие процессы	27
1.4.5. Обобщенные процессы размножения и гибели	30
§1.5. Определяющие параметры СМО	31
1.5.1. Входящий поток	32
1.5.2. Структура системы	33
1.5.3. Времена обслуживания заявок	33
1.5.4. Дисциплина обслуживания	34
1.5.5. Последовательность действий на такте	35
1.5.6. Показатели производительности СМО	35
1.5.7. Классификация СМО	36
Глава 2. Простейшие марковские модели.	38
§2.1. Система $Geo/Geo/1$	39
2.1.1. Описание системы $Geo/Geo/1/\infty$	39
2.1.2. Цепь Маркова	41
2.1.3. Стационарное распределение числа заявок в системе	43
2.1.4. Использование уравнений локального баланса	46
2.1.5. Использование производящих функций	48

2.1.6. Стационарное распределение времени пребывания заявки в системе	49
2.1.7. Нестационарные характеристики	51
2.1.8. Выходящий поток	55
2.1.9. Система $Geo/Geo/1/r$	57
§2.2. Система $Geo/Geo/n/r$	61
2.2.1. Система $Geo/Geo/n/0$	62
2.2.2. Система $Geo/Geo/n/r$	69
2.2.3. Система $Geo/Geo/n/\infty$	74
2.2.4. Система $Geo/Geo/\infty$	82
§2.3. Система $Geo/Geo/1/\infty$ с отрицательными заявками	85
2.3.1. Описание системы	85
2.3.2. Цепь Маркова	86
2.3.3. Стационарное распределение времени пребывания заявки в системе	88
§2.4. Система $Geo/Geo/1$ с конечным числом источников	94
2.4.1. Описание системы	94
2.4.2. Стационарное распределение числа заявок в системе	94
2.4.3. Стационарные показатели функционирования	97
2.4.4. Стационарное распределение времени ожидания начала обслуживания	98
§2.5. Система $Geo^{[X]}/Geo/1/\infty$ с групповым поступлением заявок	101
2.5.1. Описание системы	102
2.5.2. Стационарное распределение числа заявок в системе	102
2.5.3. Стационарное распределение времени пребывания заявки в системе	105
§2.6. Система $Geo/Geo^{[X]}/1/\infty$ с групповым обслуживанием заявок	106
2.6.1. Описание системы	106
2.6.2. Стационарное распределение числа заявок в системе	107
2.6.3. Стационарное распределение времени пребывания заявки в системе	111
2.6.4. Система с обобщенным обновлением	112
§2.7. Система $Geo/Geo/1/\infty$ с нетерпеливыми заявками	114
2.7.1. Описание системы	114
2.7.2. Стационарное распределение числа заявок в системе	115
2.7.3. Стационарное распределение времени пребывания заявки в системе	121
Глава 3. Другие марковские модели	127
§3.1. Система $Geo/Geo/1/0$ с повторными заявками	127
3.1.1. Описание системы	127

3.1.2. Стационарное распределение числа заявок в системе	128
3.1.3. Стационарное распределение времени пребывания заявки в системе	135
§3.2. Двухфазная система $Geo/Geo/1/\infty \rightarrow Geo/1/\infty$	137
3.2.1. Марковский процесс и система уравнений равновесия	138
3.2.2. Решение системы уравнений равновесия	139
3.2.3. Другие стационарные характеристики очереди	142
3.2.4. Стационарное распределение времени пребывания заявки в системе	144
§3.3. Система $Geo/Geo/1/\infty$ с NT -обслуживанием	151
3.3.1. Цепь Маркова и система уравнений равновесия	152
3.3.2. Решение системы уравнений равновесия	154
3.3.3. Стационарное распределение времени пребывания заявки в системе	160
§3.4. Система $Geo/Geo/1/\infty$ с отрицательными заявками и бункером для вытесненных заявок	161
3.4.1. Система уравнений равновесия	163
3.4.2. Стационарное распределение общего числа заявок в системе	166
3.4.3. Рекуррентный алгоритм вычисления двумерного стационарного распределения вероятностей состояний	167
3.4.4. Двойная производящая функция	171
3.4.5. Маргинальные распределения	174
3.4.6. Стационарное распределение времени ожидания начала обслуживания	177
§3.5. Система $Geo/Geo/1/D$ с гистерезисной политикой	190
3.5.1. Описание системы	190
3.5.2. Цепь Маркова	191
3.5.3. Вспомогательные функции	192
3.5.4. Стационарные вероятности состояний	194
3.5.5. Средние времена достижения состояний	197
3.5.6. Некоторые стационарные характеристики	200
§3.6. Двухканальная система обслуживания с переупорядочением заявок	203
3.6.1. Описание системы	203
3.6.2. Стационарное распределение времени пребывания заявки в системе	203
3.6.3. Стационарные вероятности состояний	210
Глава 4. Система $Geo/G/1/\infty$	217
§4.1. Вложенная цепь Маркова	218
4.1.1. Построение вложенной цепи Маркова	218

4.1.2. Матрица переходных вероятностей	220
4.1.3. Стационарные вероятности состояний цепи Маркова	221
4.1.4. Стационарные вероятности состояний по времени и по моментам поступления заявок в систему	226
§4.2. Уравнение Такача	230
4.2.1. Уравнение Такача	231
4.2.2. Решение уравнения Такача: стационарный случай	233
4.2.3. Решение уравнения Такача: нестационарный случай	236
§4.3. Введение дополнительной переменной: прошедшее время об- служивания	237
4.3.1. Цепь Маркова	237
4.3.2. Стационарные вероятности состояний	241
4.3.3. Другие стационарные распределения	248
§4.4. Введение дополнительной переменной: остаточное время об- служивания	251
4.4.1. Цепь Маркова	251
4.4.2. Стационарные вероятности состояний	252
4.4.3. Другие стационарные распределения	259
§4.5. Анализ на одном периоде занятости.	260
4.5.1. Период занятости	261
4.5.2. Характеристики на одном периоде занятости	264
4.5.3. Нестационарные характеристики	269
4.5.4. Стационарное совместное распределение числа заявок в системе и времени ожидания начала обслуживания	272
Глава 5. Другие простейшие немарковские модели	276
§5.1. Система $Geo/G/1/r$	276
5.1.1. Вложенная цепь Маркова	278
5.1.2. Введение дополнительной переменной: прошедшее вре- мя обслуживания	283
5.1.3. Введение дополнительной переменной: остаточное вре- мя обслуживания	288
§5.2. Система $Geo/G/\infty$	290
5.2.1. Описание системы	290
5.2.2. Нестационарный биномиальный поток заявок	291
5.2.3. Распределение числа заявок в системе	292
5.2.4. Неординарный геометрический входящий поток	296
5.2.5. Выходящий поток	299
§5.3. Система $G/G/\infty$	299
5.3.1. Система уравнений для вероятностей состояний	300
5.3.2. Нестационарные вероятности состояний	301
5.3.3. Стационарные вероятности состояний	303

§5.4. Система $Geo/D/n/\infty$	304
5.4.1. Вложенная цепь Маркова	304
5.4.2. Стационарные вероятности состояний	305
§5.5. Система $G/Geo/1/\infty$	312
5.5.1. Вложенная цепь Маркова	313
5.5.2. Стационарные вероятности состояний по вложенной цепи Маркова	314
5.5.3. Стационарное распределение числа заявок в системе по времени	317
5.5.4. Стационарное распределение времени пребывания заявки в системе	318
§5.6. Системы $G/Geo/1/r$, $G/Geo/n/\infty$ и $G/Geo/n/r$	319
5.6.1. Система $G/Geo/1/r$	319
5.6.2. Система $G/Geo/n/\infty$	322
5.6.3. Система $G/Geo/n/r$	329
Глава 6. Система $Geo/G/1/\infty$: некоторые дисциплины обслуживания	332
§6.1. Инверсионный порядок обслуживания	333
6.1.1. Инверсионный порядок обслуживания без прерывания обслуживания	333
6.1.2. Инверсионный порядок обслуживания с прерыванием обслуживания и обслуживанием заново: стационарное распределение вероятностей	335
6.1.3. Инверсионный порядок обслуживания с прерыванием обслуживания и обслуживанием заново: распределение времени пребывания заявки в системе	339
§6.2. Случайный выбор из очереди	343
6.2.1. Ветвящийся процесс	343
6.2.2. Исследование ветвящегося процесса	345
6.2.3. Время ожидания начала обслуживания	346
§6.3. Инверсионный порядок обслуживания с вероятностным приоритетом	348
6.3.1. Стационарное распределение очереди	349
6.3.2. Стационарное распределение времени пребывания заявки в системе	355
6.3.3. Частные случаи	358
6.3.4. Неравенства для числа заявок в системе	363
§6.4. Обслуживание ненадежным прибором	365
6.4.1. Время пребывания заявки на приборе	367
6.4.2. Стационарные вероятности состояний по вложенной цепи Маркова	371

6.4.3. Стационарные вероятности состояний по времени и по моментам поступления заявок	374
6.4.4. Стационарное распределение времени пребывания заявки в системе	378
6.4.5. Система $Geo_2/G_2/1/\infty$ с двумя типами заявок и абсолютным приоритетом	381
§6.5. Относительный приоритет	382
6.5.1. Периоды занятости и числа обслуженных на них заявок	383
6.5.2. Цепь Маркова	385
6.5.3. Уравнения для стационарных вероятностей состояний	389
6.5.4. Граничные условия	390
6.5.5. Стационарные вероятности состояний	396
6.5.6. Стационарные распределения времен ожидания начала обслуживания	398
§6.6. Дополнительное ограничение на суммарный объем заявок	404
6.6.1. Описание системы	404
6.6.2. Стационарные вероятности состояний	405
6.6.3. Маргинальное распределение стационарных вероятностей состояний	409
6.6.4. Алгоритм решения системы уравнений	410
6.6.5. Некоторые стационарные показатели, связанные с числом заявок в системе	414
6.6.6. Стационарное распределение времени пребывания заявки в системе	415
6.6.7. Применение производящих функций	418
Список литературы	422